* Solucionario a partir de la página Nº 6

MATEMÁTICA PARTE 1

01. El número $N = 3^b.5^a$ (con $a \geq 1$) tiene tres divisores más que $M = 2^a.5^3$. Determine la suma de las inversas de los divisores de M.

A) 1,564
B) 1,852
C) 2,184
D) 1,248
E) 1,384

02. Determine la cantidad de fracciones propias a irreductibles que están comprendidas entre 9/33 y 45/47 tales que la suma de sus términos sea 90.

A) 3
B) 4
C) 5
D) 6
E) 7

03. Sea: $2.\overline{ab} + 6.\overline{ab} + 12.\overline{ab} + 20.\overline{ab} + ... + 72.\overline{ab}$ un número natural, cuya cantidad de divisores es impar. ¿Cuántos valores puede tomar $\overline{ab}$?

A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

04. El mínimo común múltiplo de dos números distintos es al máximo común divisor de ellos como 35 es a 1. Si el número mayor es 3017, determine la suma de las cifras del número menor.

A) 12
B) 13
C) 14
D) 5
E) 16

05. Sean los conjuntos:
$A = \{x \in R / |x - |x|| \leq M\}$
$B = \{x \in R / |x + |x|| \leq M\}$

Entonces los valores de M tales que $A \cap B \neq \phi$ son:

A) $M \in \{0\}$
B) $M \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
C) $M \in [-1,1]$
D) $M \in [0,\infty\rangle$
E) $M \notin \langle -\infty,\infty\rangle$

06. Dadas las siguientes proposiciones:
I. "Si existe $n \in N$ tal que $n^2 < 0$, entonces existe $n \in N$ tal que $n-3=0$"
II. "Si para todo $x \in R$ se tiene $x^2 \geq 0$, entonces existe $x \in \langle -1,1\rangle$ tal que $e^x < 0$"
III. "Si existe $n \in N$ tal que $n^2 < 0$, entonces existe $x \in R$ tal que $e^x < 0$"

Indique la secuencia correcta después de determinar si es verdadera (V) o falsa (F).

A) V V V
B) V F V
C) F V V
D) V V F
E) F F F

07. Halle el conjunto solución del sistema de inecuaciones:
$\sqrt{1+x+2\sqrt{x}} \geq 1 - \sqrt{x} \geq 0$

A) $[0, +\infty\rangle$
B) $\langle 0, +\infty\rangle$
C) $\langle 0,1\rangle$
D) $[0,1]$
E) $[1, +\infty\rangle$

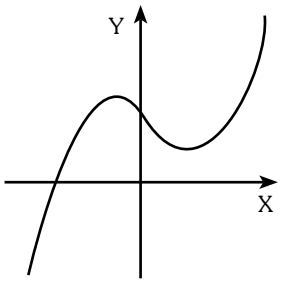
08. Sean las funciones:
$f_{(x)} = \sqrt[4]{|x|-8} - \sqrt{64-x^2}$
$g_{(x)} = (x^3)\,sgn(x)$
donde sgn es la función signo.
Luego, el número de elementos de $\{(x, f(g(x)))\}$ es:

A) 0
B) 1
C) 2
D) 3
E) 4

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

09. Sea p(x) un polinomio con coeficientes reales cuya gráfica se muestra a continuación.



Indique la sucesión correcta después de verificar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones:

I. p(x) tiene grado 3.

II. p(x) tiene solo 2 raíces complejas.

III. Existe $c \in \mathbb{R}$ tal que p(x+c) no tiene raíces complejas.

A) VVV
B) VVF
C) VFF
D) FFV
E) FFF

10. Al dividir un polinomio p(x) entre x^4-1 se obtuvo como residuo $3x^3 + nx^2 + mx - 2$; si además se sabe que, el resto de dividir p(x) entre $(x^2 - 1)$ es $5x - 4$, entonces el valor de m^n es:

A) -4
B) -2
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{4}$
E) 4

11. Halle el valor de x en la siguiente ecuación

$\log x^{\log x} - \log x - 6 = 0$

Dé como respuesta la suma de las soluciones.

A) 10,01
B) 99,99
C) 100,01
D) 999,99
E) 1000,01

12. Halle el valor de

$M = \frac{1}{1+\log_3(10e)} + \frac{1}{1+\text{Ln}(30)} + \frac{1}{1+\log(3e)} + \frac{1}{\log_3(e)} - 1,$

donde "e" es la base de logaritmo neperiano.

A) $\frac{\log(3)}{10}$
B) $\frac{\text{Ln}(3)}{10}$
C) $\frac{\text{Ln}(3)}{3}$
D) Ln(3)
E) 1

13. Considere la matriz

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & k \\ 1 & k & 4 \\ 1 & k & k \end{bmatrix}$$

Determine el conjunto de valores de k para que A sea invertible

A) $k \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$
B) $k \in \mathbb{R}$
C) $k \in \mathbb{R}\setminus\{4\}$
D) $k = -4$
E) $k = 0$

14. Al resolver el sistema $\begin{cases} |z - 3i| = 2 \\ y - x^2 = 1 \end{cases}$

donde $z = x + iy$ es un número complejo, la suma de las ordenadas de los puntos solución es:

A) 9
B) 8
C) 7
D) 6
E) 5

15. Sea

$S=\{(x,y)/\ a_1x + b_1y \leq C_1,\ a_2x + b_2y \leq C_2,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$

La región admisible de un problema de programación lineal.

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F)

I. Si se modifica S, obteniéndose

$S_1=\{(x,y)/\ a_1x + b_1y \leq C_1,\ a_2x + b_2y \leq C_2,\ a_3x + b_3y \leq C_3,\ x \geq 0,\ y \geq 0\}$, la solución no cambia, en un problema de maximización.

II. Si f(x,y) es la función objetivo, y (x_0, y_0) es la solución en S y (x_1, y_1) es la solución en S_1 entonces, en un problema de minimización se tendrá $f(x_0, y_0) \leq f(x_1, y_1)$.

III. En general S_1, la nueva región admisible. puede o no variar en relación a S.

A) F F V
B) F V V
C) F F F
D) V V F
E) V F V

16. Sea una sucesión de rectángulos $R_1, R_2, \ldots, R_k \ldots$ donde el k–ésimo rectángulo tiene lado $\frac{1}{k}$ y $\frac{1}{k+3}$; entonces, la suma de las áreas de todos los rectángulos es igual a:

A) 1
B) $\frac{11}{18}$
C) $\frac{7}{6}$
D) $\frac{1}{3}$
E) $\frac{1}{6}$

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

17. Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado:

I. Existen 8 numeros de 3 cifras tales que al ser divididos entre 37 dan un residuo igual a la cuarta parte del cociente.

II. Sean $a,b \in \mathbb{N}$; si $(a+x)(b-x)= ab$, entonces se tiene que $x= 0$.

III. Si $D= dc + r$ con $0 \leq r<c$ y $c> 1$, entonces el conjunto $\{x \in \mathbb{Z} / D + x= (d+x)c+r\}$ es unitario.

A) V V V
B) V V F
C) F F V
D) F V F
E) F F F

18. ¿Qué cantidad de desinfectante (en litros) al 80% se debe mezclar con 80 litros del mismo desinfectante al 50% para obtener un desinfectante al 60%?
Indique además el porcentaje de desinfectante al 50% en la solución final.

A) 40 y 33,33%
B) 40 y 66,67%
C) 60 y 33,33%
D) 60 y 66,67%
E) 66,67 y 60%

19. Un empresario firma una letra por S/. 48 000 a ser pagada en 8 meses al 7% de descuento anual. Luego de transcurridos 3 meses decide cancelar la letra, pues debe viajar para radicar en Australia. Calcule la diferencia entre la cantidad que recibió y canceló el empresario en nuevos soles, sabiendo que el acreedor cede un bono del 0,2% sobre el valor nominal, si se cancela al final.

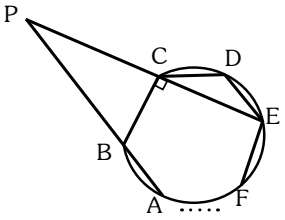
A) 740
B) 742
C) 744
D) 746
E) 748

20. Sean $A = \overline{1a1}_4$, $B = 1101_a$ y $C = \overline{1a24a}_5$
Determine la suma de las cifras de C en base decimal.

A) 7
B) 9
C) 11
D) 13
E) 15

MATEMÁTICA PARTE 2

21. En la figura ABCDE ... es un polígono regular cuyo lado mide 2 cm. Calcule PF (en cm)



A) $4\sqrt{3}$
B) $2\sqrt{13}$
C) $3\sqrt{6}$
D) $6\sqrt{2}$
E) $4\sqrt{6}$

22. Dos circunferencias C_1 y C_2 de centro O y O' respectivamente, son tangentes exteriormente en T. Desde O se traza una tangente a C_2 en P y desde O' se traza una tangente a C_1 en Q ($\overline{OP}$ no se interseca con $\overline{O'Q}$). Si se tiene que $\overline{PQ}$ se interseca con $\overline{OO'}$ en T, entonces la relación de los radios de dichas circunferencia es :

A) $\frac{1}{3}$
B) $\frac{1}{2}$
C) 1
D) 2
E) 3

23. En un rectángulo ABCD, M y N son puntos medios de los lados $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ respectivamente, tales que $AM = 2\sqrt{2}$ cm y $BN = \sqrt{17}$ cm. Si P es el punto de intersección de los segmentos $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$, entonces el valor de PM + PN en cm es :

A) $\frac{2\sqrt{2}+\sqrt{17}}{5}$
B) $\frac{2\sqrt{2}+2\sqrt{17}}{5}$
C) $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{17}}{5}$
B) $\frac{2\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$
D) $\frac{3\sqrt{2}+3\sqrt{17}}{5}$

24. En una circunferencia de 10 cm de radio, dos cuerdas se cortan de manera que el producto de los segmentos que cada una determina sobre sí es 1296 cm^4. Determine a qué distancia (en cm) del centro, se halla el punto de intersección.

A) 5
B) 6
C) 7
D) 8
E) 9

25. Los diámetros $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ de una circunferencia son perpendiculares. Si $E \in \overset{\frown}{BD}$, $\overline{AE}$ interseca a $\overline{CD}$ en el punto F y FD=1cm, entonces la longitud de la circunferencia circunscrita al triángulo FED (en cm) es:

A) $\pi\sqrt{2}$
B) $2\pi\sqrt{2}$
C) $2\pi\sqrt{3}$
D) $3\pi\sqrt{2}$
E) $3\pi\sqrt{3}$

TRILCE
PROHIBIDA SU VENTA

26. El volumen y el área lateral de un prisma recto de base triangular son 50 m^3 y 200 m^2 respectivamente. Calcule el radio (en m) de la circunferencia inscrita en la base del prisma.

A) 0,25
B) 0,5
C) 1
D) 2
E) 3

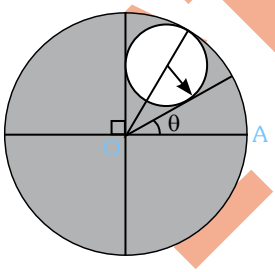
27. En un triángulo ABC en el espacio, la altura relativa a $\overline{AC}$ es $5\sqrt{3}$ cm. Sus vértices A y C están en un plano horizontal P y el vértice B es exterior a P de modo que el diedro B-AC-B' (B' es la proyección de B sobre P) mide 37°. Si: AB'=10cm, entonces la longitud de $\overline{AB}$ (en cm) es:

A) 10
B) 10,6
C) $\sqrt{127}$
D) $5\sqrt{6}$
E) $6\sqrt{5}$

28. Las diagonales de un trapecio dividen a éste en cuatro triángulos. Si las áreas de los triángulos adyacentes a las bases son A_1 y A_2, entonces el área total del trapecio en función de A_1 y A_2 es:

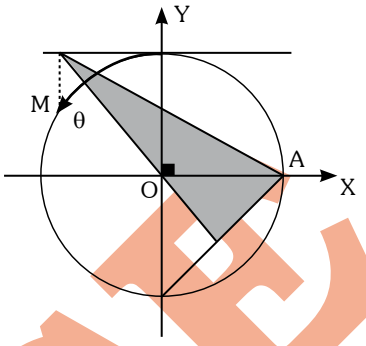
A) $A_1 + A_2 + \sqrt{A_1A_2}$
B) $2\sqrt{A_1A_2}$
C) $A_1\ A_2$
D) $(\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2})^2$
E) $A_1 + A_2 - \sqrt{A_1A_2}$

29. En la figura, O es el centro del círculo trigonométrico. Si: OA=1u y $\text{Tan}\theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$, calcule el área de la región sombreada (en u^2).



A) $\frac{7\pi}{9}$
B) $\frac{5\pi}{6}$
C) $\frac{6\pi}{7}$
D) $\frac{7\pi}{8}$
E) $\frac{8\pi}{9}$

30. En la circunferencia trigonométrica de la figura mostrada, el arco $\theta \in \langle \frac{\pi}{2}; \pi \rangle$, calcule el área de la región sombreada $\widehat{AM} = \theta$.



A) $\frac{1}{2}\left(\frac{1-\cos\theta}{2-\cos\theta}\right)$
B) $\left(\frac{2-\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$
C) $\frac{1}{2}\left(\frac{2-\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$
D) $\frac{1}{2}\left(\frac{2+\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$
E) $\frac{1}{2}\left(\frac{1-\cos\theta}{2+\cos\theta}\right)$

31. Si $\tan\left[\frac{4x}{7}\right] = a$ y $\tan\left[\frac{3x}{7}\right] = b$, entonces al simplificar:

$E = (1 - a^2b^2).\tan(x).\tan\left[\frac{x}{7}\right]$; se obtiene

A) a – b
B) $a^2 - b^2$
C) a+b
D) ab
E) a/b

32. Si $x \in \langle \pi, \frac{5\pi}{4} \rangle$, determine el rango de la función

$f(x) = \sqrt{1 + 2|\text{sen } x|\ .\cos x}$

A) $\langle 0, \frac{\sqrt{2}}{2} \rangle$
B) $\langle 0, 1 \rangle$
C) $\langle 0, \sqrt{2} \rangle$
D) $\langle 0, \sqrt{3} \rangle$
E) $\langle 0, \sqrt{2} + 1 \rangle$

33. Para 0<x<1, resolver la ecuación arc ctg x=arc tan$\left[\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right]$

A) $\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$
B) $\frac{-1+\sqrt{4}}{2}$
C) $\frac{-1+\sqrt{3}}{2}$
D) $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$
E) $\frac{-2+\sqrt{2}}{2}$

TRILCE
PROHIBIDA SU VENTA

34. Sea $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ tal que $\log_5(\tan\theta)+\log_5(\tan\theta+6)=\frac{1}{2}\log_5 9$

Determine el valor de $\sec^2\theta$.

A) $24-12\sqrt{3}$
B) $22-12\sqrt{3}$
C) $20-12\sqrt{3}$
D) $18-12\sqrt{3}$
E) $12-\sqrt{12}$

35. Si A,B y C son los ángulos de un triángulo, 1,2; 2,3 y 3 son las longitudes de sus lados opuestos a dichos ángulos respectivamente y sen A=L, calcule el valor de la expresión siguiente:

$$D=\frac{\operatorname{sen}(A+B)+\operatorname{sen}(A+C)+\operatorname{sen}(B+C)}{53\cos A+42\cos B+35\cos C}$$

A) $\frac{L}{4}$
B) $\frac{L}{6}$
C) $\frac{L}{8}$
D) $\frac{L}{10}$
E) $\frac{L}{12}$

36. ¿Cuál es la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta y+x=0. Además, pasa por los puntos (3,4) y $(3\sqrt{2}\,.\sqrt{7}\,)$?.

A) $x^2+y^2=5$
B) $x^2+y^2=9$
C) $x^2+y^2=15$
D) $x^2+y^2=16$
E) $x^2+y^2=25$

37. En un cono circular recto la generatriz mide 12cm y una cuerda de la circunferencia de la base mide 16 cm. Si la distancia de la base mide 16 cm. Si la distancia del centro de dicha circunferencia a la cuerda es 4 cm, entonces el volumen del cono (en cm^3) es:

A) $\frac{640\pi}{3}$
B) $\frac{641\pi}{3}$
C) $\frac{642\pi}{3}$
D) $\frac{643\pi}{3}$
E) $\frac{644\pi}{3}$

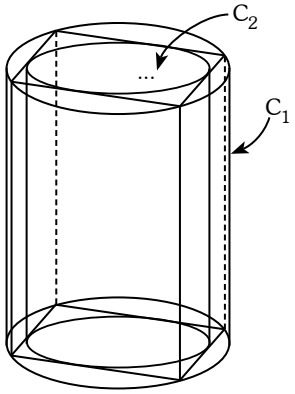
38. Considere dos esferas tangentes exteriormente, cuyos radios miden 1 cm y 3 cm respectivamente. Calcule el volumen (en cm^3) del cono circular recto circunscrito a las dos esferas.

A) 80π
B) 81π
C) 82π
D) 83π
E) 84π

39. En una pirámide regular de base cuadrangular, el punto medio de la altura dista de una cara lateral y de una arista lateral 6 u y 8 u respectivamente. Calcule la altura (en u) de la pirámide.

A) $6\sqrt{2}$
B) $12\sqrt{2}$
C) $18\sqrt{2}$
D) $24\sqrt{2}$
E) $34\sqrt{2}$

40. En la figura, C_1 es un cilindro circular recto de radio R y altura h. Si en C_1 se inscribe un prisma regular cuadrangular y luego en este prisma se inscribe un cilindro circular recto C_2 y así se repite el proceso obteniendo los cilindros C_3, C_4, C_5, ... Si el cilindro C_{21} es tal que su área total es 3 veces su área lateral, entonces el área lateral de C_1 es:



A) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{40}}$
B) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{30}}$
C) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{20}}$
D) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{15}}$
E) $\frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{10}}$

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

MATEMÁTICA PARTE 1

01. Tema: Números Primos

$N = 3^b.5^a \Rightarrow CD(N) = (b+1)(a+1)$
$N = 2^a.5^3 \Rightarrow CD(M) = (a+1)(3+1)$ $\Rightarrow$ $CD(N)- CD(M)=3$

$(b+1)(a+1)-4(a+1)=3$

$(a+1)(b-3) = 3\times 1$

$\therefore \underline{a=2} \wedge \underline{b=4}$

$M = 2^2.5^3 \rightarrow SI(M) = \left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{5}+\frac{1}{25}+\frac{1}{125}\right)$

$\frac{7.156}{4.125} = \frac{1092}{500} = 2,184$

Rpta: C

02. Tema: Números Racionales

Sea la fracción pedida: $\frac{90-a}{a}$

$\rightarrow \quad \frac{3}{11} < \frac{90-a}{a} < \frac{45}{47}$

$\frac{3}{11} < \frac{90}{a} - 1 < \frac{45}{47}$

$\frac{14}{11} < \frac{90}{a} < \frac{92}{47}$

$\frac{47}{46} < \frac{a}{45} < \frac{11}{7}$

$45,9... < a < 70,7...$

$\rightarrow \quad a \in \{46;47;48;...;70\}$

Pero como la fracción debe ser irreductible:

$a \neq \overset{o}{2}; a \neq \overset{o}{3}; a \neq \overset{o}{5}$

$\therefore a \in \underbrace{\{47;49;53;59;61;67\}}_{6 \text{ valores}}$

Rpta: D

03. Tema: Potenciación

$N = \overline{ab}(1.2 + 2.3 + 3.4 + ... + 8.9)$

$ab.\left(\frac{8.9.10}{3}\right) = 240.\overline{ab}$

$N = 2^4.3.5.\overline{ab} = k^2$ (tiene cantidad impar de divisores)

$\therefore \overline{ab} = 3.5.Q^2$

$\overline{ab} = 15Q^2 \begin{cases} 15(1)^2 = 15 \\ 15(2)^2 = 60 \end{cases}$

Existen 2 valores

Rpta: B

04. Tema: MCD - MCM

Si: $K=MCD(A;B)$

$\left.\begin{matrix} A = K\alpha \\ B = K\beta \end{matrix}\right\}$ α y β son **P.E.S.I**

$\frac{MCM(A;B)}{MCD(A;B)} = \frac{K\alpha.\beta}{K} = 35$

$\alpha.\beta = 35 \begin{cases} 7.5 & (\surd) \\ 35.1 & (\Rightarrow \Leftarrow) \end{cases}$

Número mayor: $A=K(7)=3017 \rightarrow K=431$

Número menor: $B=K(5)=431(5)$
$=2155$

$\sum$ cifras $(B) 2+1+5+5 = 13$

Rpta: B

05. Tema: Relaciones

Analizando los conjuntos:

A: Si: $\boxed{x \geq 0} \Rightarrow M \geq 0$ ... (I)

Si $x<0 \Rightarrow |2x| \leq M \Rightarrow -\frac{M}{2} \leq x < 0$ ...(II)

Luego I $\cup$ II : $\boxed{X \in \left[-\frac{M}{2}; +\infty\right\rangle}$ ..... A

B: Si $x \geq 0 \Rightarrow |2x| \leq M \Rightarrow 0 \leq x \leq \frac{M}{2}$ ...(III)

Si $x<0 \Rightarrow M \geq 0$ ..... (IV)

Luego III $\cup$ IV : $\boxed{X \in \left\langle -\infty; \frac{M}{2}\right]}$ .....B

Finalmente: $A \cap B = \left[-\frac{M}{2}; \frac{M}{2}\right]$

$\therefore A \cap B \neq \varnothing$ cuando se verifican las condiciones I y IV

Luego: $M \in [0; +\infty\rangle$

Rpta: D

TRILCE
PROHIBIDA SU VENTA

06. Tema: Números reales

I. $n \in \mathbb{N} / n^2 < 0$ ... F

$\exists\, n \in \mathbb{N} / n - 3 = 0$ ... V

$: F \longrightarrow V \equiv V$

II. $\forall\, x \in \mathbb{R}\ ; x^2 \geq 0$ ... V

$\exists\, x \in \langle -1; 1\rangle / e^x < 0$ ... F

$: V \longrightarrow F \equiv F$

III. $n \in \mathbb{N} / n^2 < 0$ ... F

$\exists\, x \in \mathbb{R} / e^x < 0$ ... F

$: F \longrightarrow F \equiv V$

Rpta: B

07. Tema: Inecuaciones Irracionales

Se tiene:

$$\underbrace{0 \leq 1 - \sqrt{x}}_{I} \leq \overbrace{\sqrt{1 + x + 2\sqrt{x}}}^{II}$$

De I: $\sqrt{x} \leq 1$

$$\left.\begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \leq 1 \end{array}\right\} \boxed{0 \leq x \leq 1} \quad -\alpha$$

De II: $1 - \sqrt{x} \leq \underbrace{\sqrt{1 + x + 2\sqrt{x}}}_{\text{Radical doble}}$

$\Rightarrow \quad 1 - \sqrt{x} \leq \sqrt{x} + 1$

$\Rightarrow 0 \leq 2\sqrt{x} \Rightarrow \boxed{x \geq 0} \quad -\beta$

Finalmente $\alpha \cap \beta$: C.S. $= [0; 1]$

Rpta: D

08. Tema: Funciones Composición

Dominio de F: $|x| - 8 \geq 0 \quad \wedge \quad 64 - x^2 \geq 0$

D_F: $x \in \{-8; 8\}$

$F = \{(-8; 0); (8; 0)\}$

Aparte en: $G(x) = x^3 \operatorname{sgn}(x)$

Buscamos aquellas abscisas cuyas imágenes son 8 o –8.

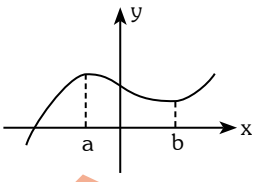
Verifican $G_{(2)} = 8$ y $G_{(-2)} = 8$

$\Rightarrow FoG = \{(2; 0), (-2; 0)\}$ luego $n_{(FoG)} = 2$

Rpta: C

09. Tema: Funciones polinomiales

Tenemos:

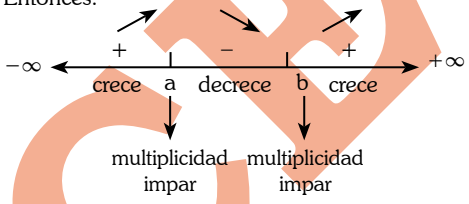


Del gráfico:

Si: $x \in \langle -\infty; a \rangle \cup \langle b; +\infty \rangle \longrightarrow P(x)$ es creciente

Si: $x \in \langle a; b \rangle \longrightarrow P(x)$ es decreciente

Entonces:



De donde: $P'(x) = K(x-a)^{2n+1}(x-b)^{2m+1}$; $n, m \in Z_0^+$

Con lo cual se deduce que el grado de P(x) es cualquier número impar.

I. No necesariamente P(x) tiene grado 3 ... (F)

II. No necesariamente serán 2 raíces complejas, ya que del gráfico P(x) tiene una raíz real y por ser de grado impar las demás raíces serán complejas ... (F)

III. El desplazamiento horizontal no altera la cantidad de raíces de P(x) ... (F)

Rpta: E

10. Tema: División

Del dato:

$$P(x) \equiv (x^4 - 1)q(x) + 3x^3 + nx^2 + mx - 2 \quad ---(1)$$

Además: $\dfrac{P(x)}{x^2 - 1}$, deja como $R(x) = 5x - 4$ ---(2)

Por teorema del resto en (2): $x^2 = 1$

en (1)

$$3(x^2)x + (x^2) + mx - 2 = 3x + n + mx - 2 = \underbrace{(m + 3)x + (n - 2)}_{R = 5x - 4}$$

Identificando con el dato: $m = 2$

$n = -2$

Rpta: $m^n = \dfrac{1}{4}$

Rpta: D

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

11. Tema: Logaritmos

Por propiedad: $\log x^{\log x} - \log x - 6 = 0$

$\Leftrightarrow (\log x)^2 - \log x - 6 = 0$
$(\log x-3)(\log x+2)=0$

$\Leftrightarrow \log x=3 \quad \vee \quad \log x=-2$

$\Leftrightarrow x = 10^3 \quad \vee \quad x = 10^{-2}$

$\Leftrightarrow x_1 = 1000 \quad \vee \quad x_2 = 0,01$

Rpta: $x_1 + x_2 = 1000,01$

Rpta: E

12. Tema: Logaritmos

$$M = \frac{1}{\log_3 3 + \log_3(10e)} + \frac{1}{\log_e e + \log_e 30} + \frac{1}{\log 10 + \log(3e)} + \frac{1}{\log_3 e} - 1$$

$$M = \left(\frac{1}{\log_3(30e)} + \frac{1}{\log_e(30e)} + \frac{1}{\log(30e)} + \frac{1}{\log_3 e}\right) - 1$$

$$M = \log_{(30e)}3 + \log_{(30e)}e + \log_{(30e)}10 + \log_e 3 - 1$$

$$M = \log_{(30e)}(30e) + \ln 3 - 1$$

Luego queda: $M = \ln(3)$

Rpta: D

13. Tema: Matrices y Determinantes

Si es invertible, entonces $|A| \neq 0$
Siendo:

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 4 & k \\ 1 & k & 4 \\ 1 & k & k \end{vmatrix} \xrightarrow[f_3 - f_2]{f_2 - f_1} \begin{vmatrix} 1 & 4 & k \\ 0 & (k-4) & (4-k) \\ 0 & 0 & (k-4) \end{vmatrix}$$

Luego:

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & k \\ 0 & (k-4) & (4-k) \\ 0 & 0 & (k-4) \end{vmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow (k-4)(k-4) \neq 0 \Leftrightarrow k \neq 4$$

Luego afirmamos: $k \in R \setminus \{4\}$

Rpta: C

14. Tema: Números complejos

Siendo $Z=x+yi \Rightarrow z-3i=x+(y-3)i$, su módulo:

$|z-3i| = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}$ por dato: $|z-3i| = 2$

$\Rightarrow \sqrt{x^2 + (y-3)^2} = 2 \Rightarrow x^2 + (y-3)^2 = 2^2 \ldots\ldots\ldots\ldots \alpha$

De la 2da ecuación: $y = x^2 + 1 \ldots\ldots\ldots\ldots \beta$
Reemplazando β en α: $x^2 + (x^2-2)^2 = 4$, resolviendo: $x^2(x^2-3) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 & \Rightarrow y = 1 \\ x = \sqrt{3} & \Rightarrow y = 4 \\ x = -\sqrt{3} & \Rightarrow y = 4 \end{cases}$$ Puntos solución: $(0,1);(\sqrt{3},4);(-\sqrt{3},4)$

Rpta: 1+4+4=9

Rpta: A

15. Tema: Programación lineal

I) FALSO — Porque depende de los coeficientes en $a_3x + b_3y \leq C_3$ que podrían modificar el punto de la región factible donde se obtiene el máximo.

II) VERDADERO — Al reducir la región factible por la parte inferior el mínimo valor aumenta. Al reducirse por la parte superior el mínimo no varía.

III) VERDADERO — Toda proposición puede ser verdadera o falsa.

Rpta: B

16. Tema: Series

Área de cada rectángulo $= \frac{1}{K} \cdot \frac{1}{K+3}$

$$\text{Suma}_{\text{Áreas}} = \sum_{K=1}^{\infty} \frac{1}{K(K+3)}$$

$$3S = \sum_{K=1}^{\infty} \frac{3}{K(K+3)}$$

$$3S = \sum_{K=1}^{\infty} \left(\frac{1}{K} - \frac{1}{K+3}\right)$$

$$3S = \begin{cases} \frac{1}{1} - \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{5} \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} - \frac{1}{7} \\ \frac{1}{5} - \frac{1}{8} \\ \vdots \end{cases}$$

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

Entonces:

$$3S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

Luego:

$$S = \frac{11}{18}$$

Rpta: B

17. Tema: División, Números reales

I. $\overline{abc}$ | 37
Q | 4Q

$\overline{abc} = 37(4Q) + Q = 149Q$

$149Q < 1000$

$Q < 6,...$

$Q: \{1,2,3,4,5,6\}$ Existen 6 números. (F)

II. $a,b \in N$; si: $(a+x)(b-x) = ab$, entonces $x = 0$

$ab - ax + bx - x^2 = ab$

$x(b-a) = x^2$

$x = 0 \ \vee \ x = b - a$ (F)

III. $D = dc + r$ con $0 \leq r < c$ y $c > 1$

$\{x \in Z / D + x = (d + x)c + r\}$

$(dc + r) + x = dc + xc + r$

$x = xc$

$(c = 1) \vee (x = 0)$

$(\Rightarrow\Leftarrow)$ ✓

$\therefore \ \{0\}$ (V)

Rpta: C

18. Tema: Regla de mezcla

n Lt.	+	80 Lt.	=	(n+80) Lt.
80%		50%		60%

$$60 = \frac{80n + 50.80}{n + 80}$$

$3(n+80) = 4n + 50.4$

$3n + 240 = 4n + 200$

$n = 40$

Además:

% de desinfectante al 50%: $\frac{\overset{2}{\cancel{80}}}{\underset{3}{\cancel{120}}} .100\% = 66,67\%$

Rpta: 40 y 66,67%

Rpta: B

19. Tema: Regla de descuento

El empresario recibe:

$$V_{AC_{8meses}} = 48000 - \frac{\overset{40}{\cancel{4800}}0.7.8}{\underset{1}{\cancel{1200}}} = 48000 - 2240 = 45760$$

El empresario cancela:

$$V_{AC_{5meses}} - BONO = 48000 - \frac{\overset{40}{\cancel{48000}}.7.5}{\underset{1}{\cancel{1200}}} - 0,2\%(48000)$$

$= 48000 - 1400 - 96 = 46504$

$\therefore \ 46504 - 45760 = 744$ Rpta.

Rpta: C

20. Tema: Numeración

Sean: $A = \overline{1a1}_4$; $B = \overline{1101}_a$; $C = \overline{1a24a}_5$

$1 < a < 4 \rightarrow a = 2$ ó 3

$C = \begin{cases} 12242_5 = 947 \ ; \ \sum \text{cifras}: 9+4+7 = 20 \\ 13243_5 = 1073 \ ; \ \sum \text{cifras}: 1+0+7+3 = 11 \end{cases}$

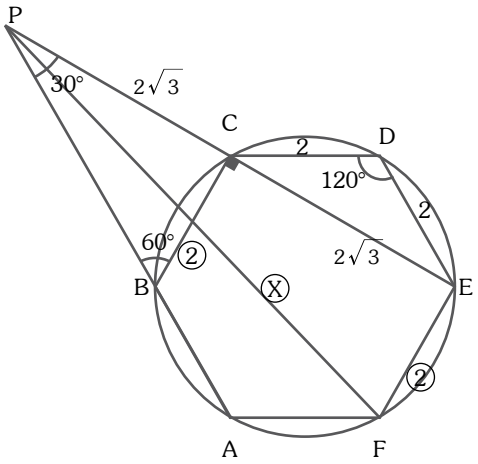
Rpta: C

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

MATEMÁTICA PARTE 2

21. Tema Polígonos regulares



El polígono ABCDEF es un Hexágono regular

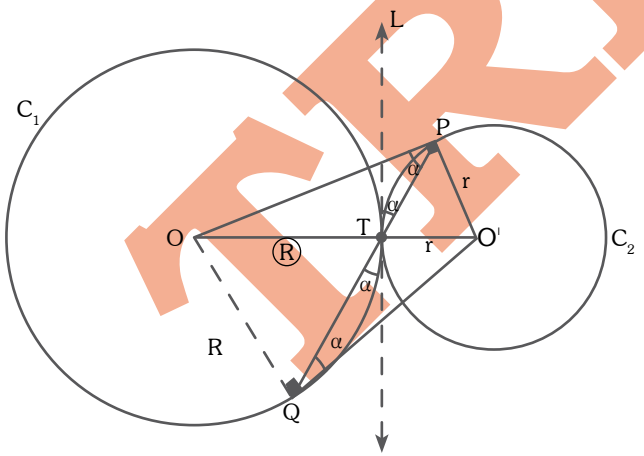
- CE= $\ell_3 = 2\sqrt{3}$
- PC= $2\sqrt{3}$

$\therefore$ PEF: $X^2 = (4\sqrt{3})^2 + (2)^2$

$X = 2\sqrt{13}$

Rpta: B

22. Tema Circunferencia



- Se traza la tangente común L

  $m\hat{OPT} = m\hat{TQO'} = \alpha$

  $\longrightarrow \overline{OP} \parallel \overline{QO'}$

Luego:

$m\hat{OQO'} = m\hat{QOP} = 90°$

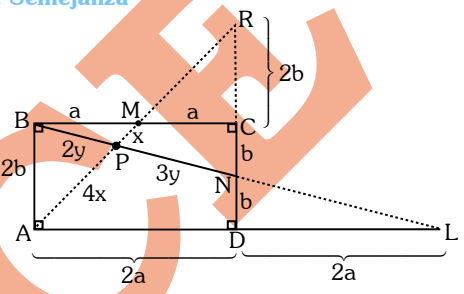
$m\hat{OPO'} = m\hat{PO'Q} = 90°$

QOPO' Rectángulo

R=r

Rpta: C

23. Tema: Semejanza



- $\triangle$ BCN $\cong$ $\triangle$ DNL $\longrightarrow$ DL=2a
- $\triangle$BPM ~ $\triangle$APL: AP = 4PM

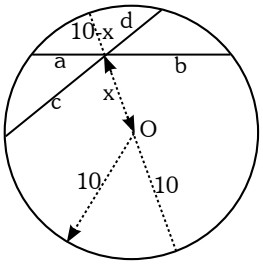
  Luego: $5x = 2\sqrt{2} \longrightarrow x = \frac{2\sqrt{2}}{5}$
- $\triangle$ MCR $\cong$ $\triangle$ ABM $\longrightarrow$ RC = 2b
- $\triangle$ APB~ $\triangle$NPR $\longrightarrow \frac{PN}{BP} = \frac{3}{2}$

  Luego: $5y = \sqrt{17} \longrightarrow 3y = \frac{3\sqrt{17}}{5}$

  $x + 3y = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{17}}{5}$

Rpta: D

24. Tema: Relaciones métricas en la circunferencia



Dato: a.b.c.d = 1296

- a.b = c.d $\longrightarrow (ab)^2 = 1296$

  $ab = 36$
- Teorema de las cuerdas

  a.b = (10-x)(10+x)

  $36 = 100 - x^2$

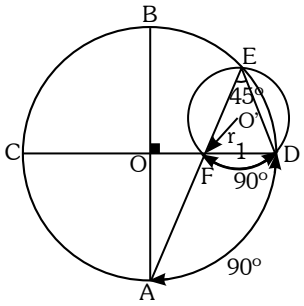
  $x = 8$

Rpta: D

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

25. Tema: Polígonos regulares



- $m\hat{AED} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$
- $\odot O'$

$\overset{\frown}{mFD} = 90^\circ \Longrightarrow FD = \ell_4 = 1$

$r\sqrt{2} = 1$

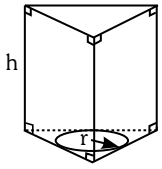
$r = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore L = 2\pi r = 2\pi\frac{\sqrt{2}}{2}$

$L = \pi\sqrt{2}$

Rpta: A

26. Tema: Prisma



$V=50 \longrightarrow S_B.h = 50 \longrightarrow (p.r).h = 50$

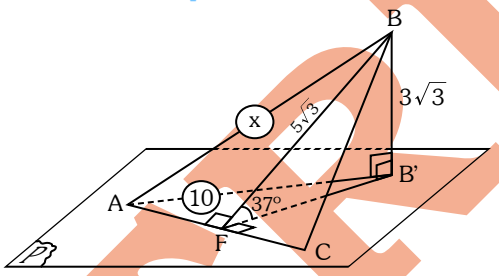
$S_L = 200 \longrightarrow 2p.h = 200$ $\Big\}\div$

$\frac{r}{2} = \frac{1}{4}$

$r = 0{,}5$

Rpta: B

27. Tema: Geometría del espacio



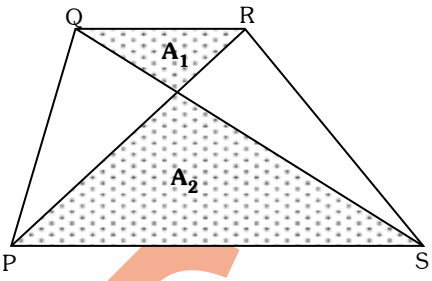
1°) En el $\triangle$ BB'F notable:
BB' $= 3\sqrt{3}$

2°) En el $\triangle$ AB'B :
$x^2 = (3\sqrt{3})^2 + 10^2$

$\boxed{x = \sqrt{127}}$

Rpta: C

28. Tema: Áreas

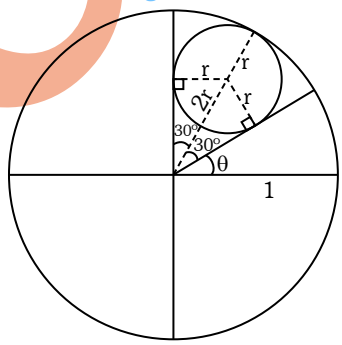


En el trapecio PQRS, por propiedad:

$\boxed{Área_{(PQRS)} = (\sqrt{A_1} + \sqrt{A_2})^2}$

Rpta: D

29. Tema: Circunferencia trigonométrica



1°) Tg θ $= \frac{\sqrt{3}}{3}$ $\quad\theta = 30^\circ$

2°) $3r = 1$ $\quad r = \frac{1}{3}$

3°) Restando áreas

$S = \pi(1)^2 - \pi r^2$

$S = \pi - \pi\left(\frac{1}{3}\right)^2$

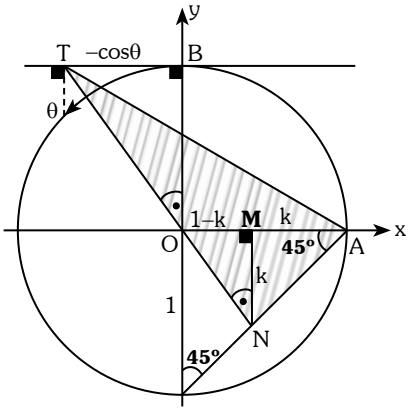
$S = \frac{8\pi}{9}$

Rpta: E

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

30. Tema: Circunferencia trigonométrica



$A_{Somb.} = A_{\Delta AOT} + A_{\Delta AON}$

$A_{Somb.} = \frac{1\times 1}{2} + \frac{k\times 1}{2} = \frac{(k+1)}{2}$ ..... (1)

* $\triangle$ TBO ~ $\triangle$ OMN

$\frac{1-k}{k} = \frac{-\cos\theta}{1}$

$\rightarrow k = \frac{1}{1-\cos\theta}$

Reemplazando en (1)

$\therefore \quad A_{Sombreada} = \frac{1}{2}\left(\frac{2-\cos\theta}{1-\cos\theta}\right)$

Rpta: C

31. I.T. de Suma y Resta

Datos : $tg\left(\frac{4x}{7}\right) = a \qquad tg\left(\frac{3x}{7}\right) = b$

Piden : $E = (1 - a^2b^2)\cdot tgx \cdot tg\frac{x}{7}$

Desdoblando :

$E = (1 - a^2b^2)\cdot tg\left(\frac{4x}{7} + \frac{3x}{7}\right)\cdot tg\left(\frac{4x}{7} - \frac{3x}{7}\right)$

$E = (1 - a^2b^2)\cdot\left[\frac{tg^2\frac{4x}{7} - tg^2\frac{3x}{7}}{1 - tg^2\frac{4x}{7}\cdot tg^2\frac{3x}{7}}\right]$

$E = (1 - a^2b^2)\left(\frac{a^2-b^2}{1-a^2b^2}\right)$

$E = a^2 - b^2$

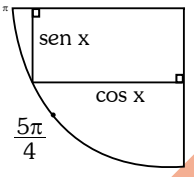
Rpta: B

32. Funciones Trigonométricas

Dado : $\pi < x\frac{5\pi}{4} \Rightarrow |\text{sen } x| = -\text{sen } x$

$f(x) = \sqrt{1 - 2\text{sen}x\cos x}$

$f(x) = |\text{sen } x - \cos x|$



$f(x) = \text{sen } x - \cos x$

$f(x) = \sqrt{2}\ \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

Como :

$\frac{3\pi}{4} < x - \frac{\pi}{4} < \pi$

$0 < \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < \frac{\sqrt{2}}{2}$

$0 < \sqrt{2}\ \text{sen}\left(x - \frac{\pi}{4}\right) < 1$

Ran f = $\langle 0; 1\rangle$

Rpta: B

33. F. T. Inversas

$\text{arc ctg } x = \text{arc tg}\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)$

$\text{arc ctg } x = \text{arc ctg}\left(\sqrt{1-x}\right)$

$x = \sqrt{1-x}$

$x^2 + x - 1 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2(1)}$

como : $0 < x < 1$

$x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$

Rpta: A

34. Identidades Trigonométricas

$\log_5(tg\theta) + \log_5(tg\theta + 6) = \log_5 9^{1/2}$

$\log_5(tg\theta)(tg\theta + 6) = \log_5 3$

$tg\theta(tg\theta + 6) = 3$

$tg^2\theta + 6tg\theta - 3 = 0$

$tg\theta = \frac{-6 \pm \sqrt{48}}{2(1)}$

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

$tg\theta = -3 \pm 2\sqrt{3}$

como : $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$

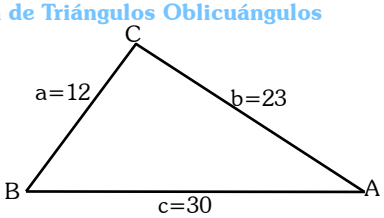
$tg\theta = -3 + 2\sqrt{3}$

Piden : $sec^2\theta = 1 + tg^2\theta$

$sec^2\theta = 22 - 12\sqrt{3}$

Rpta: B

35. Resolución de Triángulos Oblicuángulos



Piden :

$$D = \frac{sen(A+B)sen(A+C) + sen(B+C)}{(b+c)\cos A + (a+c)\cos B + (a+b)\cos C}$$

como : $A + B + C = 180^o$

$$D = \frac{senC + senB + senA}{b\cos A + c\cos A + a\cos B + c\cos B + a\cos C + b\cos C}$$

Por T. de Proyecciones :

$$D = \frac{senA + senB + senC}{a + b + c}$$

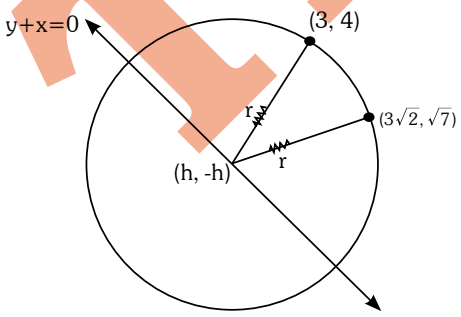
Por T. de Senos :

$$D = \frac{senA}{a}$$

$$D = \frac{L}{12}$$

Rpta: E

36. Cónicas - Ecuaciones - Circunferencia



$r^2 = (h-3)^2 + (-h-4)^2 = (h-3\sqrt{2})^2 + (-h-\sqrt{7})^2$

Desarrollando :

$2h^2 + 2h + 25 = 2h^2 + 2(\sqrt{7} - 3\sqrt{2})h + 25$

Despejando : $h = 0$

Reemplazando : $r = 5$

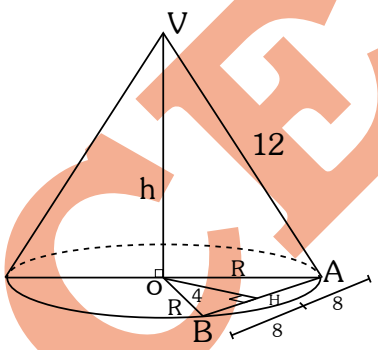
Piden ecuación de la circunferencia :

$(x-h)^2 + (y-k)^2 = r^2$

Reemplazando : $x^2 + y^2 = 25$

Rpta: E

37. Tema: Cono



$\triangle OHA$: $R^2 = 4^2 + 8^2$ $\quad R = 4\sqrt{5}$

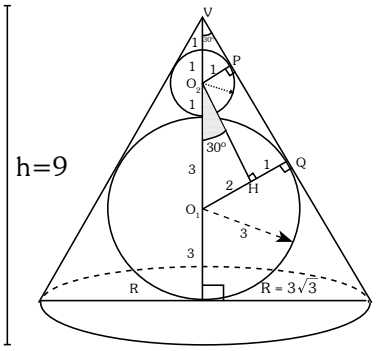
$\triangle VOA$: $h^2 = 12^2 - (4\sqrt{5})^2$ $\quad h = 8$

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h = \frac{1}{3}\pi(4\sqrt{5})^2(8)$$

$$V = \frac{640\pi}{3}$$

Rpta: A

38. Tema: Como



$\triangle O_1HO_2$ Notable $(30^o\text{-}60^o)$

$VO_2 = 2$ $\quad R = 3\sqrt{3}$, $\quad h = 9$

$$V = \frac{1}{3}\pi(3\sqrt{3})^2(9)$$

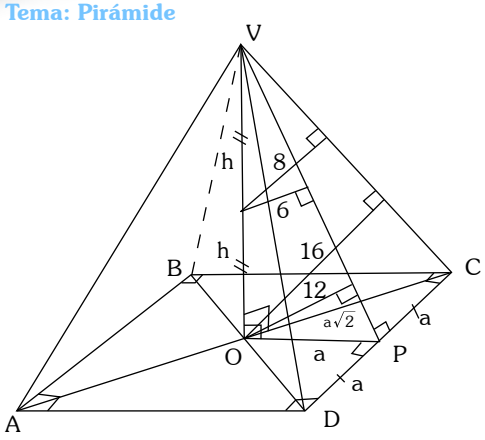
$V = 81\pi$

Rpta: B

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA

39. Tema: Pirámide



$\triangle$ VOP : $\frac{1}{(2h)^2}+\frac{1}{a^2}=\frac{1}{12^2}$ ...(1)

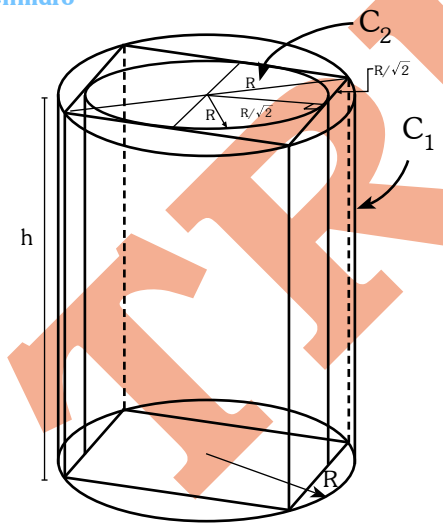
$\triangle$ VOC : $\frac{1}{(2h)^2}+\frac{1}{(a\sqrt{2})^2}=\frac{1}{16^2}$ ...(2)

Resolviendo

$h = 24\sqrt{2}$

Rpta: D

40. Tema: Cilindro



Por inducción

$R_1 = R$

$R_2 = \frac{R}{\sqrt{2}}$

$R_3 = \frac{R}{(\sqrt{2})^2}$

$R_n = \frac{R}{(\sqrt{2})^{n-1}}$

$\Rightarrow R_{21} = \frac{R}{(\sqrt{2})^{20}}$ ....(1)

Por condición y ser semejantes

$S_T = 3S_L$

$2\pi R_{21}(h + R) = 3(2\pi R_{21}h)$

$R_{21} = 2h$

$h = \frac{R_{21}}{2}$ ...(2)

Piden:

$S_L = 2\pi Rh$ ...(3)

(1), (2) en (3) $S_L = \cancel{2}\pi R\frac{R_{21}}{\cancel{2}} = \pi R\frac{R}{(\sqrt{2})^{20}}$

$S_L = \frac{\pi R^2}{(\sqrt{2})^{20}}$

Rpta: C

TRILCE

PROHIBIDA SU VENTA