



MATEMÁTICA PARTE 1

Pregunta 01

Sean A, B conjuntos del mismo universo U. Señale la alternativa que presenta la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

- I. $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$
 - II. $\text{Card}(P(A \cup B)) = \text{Card}(P(A)) + \text{Card}(P(B)) - \text{Card}(P(A \cap B))$
donde P(A) es el conjunto potencia de A.
 - III. Si $\text{Card}(A \cap B) = 0$ entonces $A = \emptyset$ o $B = \emptyset$
- A) V V V
B) V V F
C) V F F
D) F F V
E) F F F

Resolución 01

Conjuntos

- I. $\forall (A; B) \subset U: n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ (V)
- II. $\forall (A; B) \subset U: 2^{n(A \cup B)} \neq 2^{n(A)} + 2^{n(B)} - 2^{n(A \cap B)}$ (F)
- III. Si: $A \cap B = \emptyset \rightarrow$ Los conjuntos son disjuntos, pero no necesariamente nulos. (F)

Rpta: VFF

Pregunta 02

Encuentre el conjunto solución de la ecuación $x^2 - 257x^4 + 256 = 0$

- A) $\{\pm 2, \pm 2i, \pm 4i, \pm 4\}$
- B) $\{\pm 4, \pm 4i, \pm 1, \pm i\}$
- C) $\{\pm 4, \pm 2i, \pm 2, \pm 1\}$
- D) $\{\pm 1, \pm i, \pm 3, \pm 3i\}$
- E) $\{\pm 3, \pm 3i, \pm 4, \pm 4i\}$

Resolución 02

Ecuaciones

$$x^8 - 257x^4 + 256 = 0$$

Factorizando:

$$(x^4 - 256)(x^4 - 1) = 0$$

$$(x^2 + 16)(x^2 - 16)(x^2 + 1)(x^2 - 1) = 0$$

$$\text{C.S.} = \{\pm 4i; \pm 4; \pm i; \pm 1\}$$

Rpta: $\{\pm 4i; \pm 4; \pm i; \pm 1\}$

Pregunta 03

Sea f: $\mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{Q}$ una función, donde Q es el conjunto de los números racionales, tal que

- I. $f(r+s) = f(r) + f(s)$
- II. $f(rs) = f(r) \cdot f(s)$
- III. $f(1) = 1$

Señale, la alternativa que permite la secuencia correcta, después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F)

- I. $f(n) = n; \forall n \in \mathbb{N}$
- II. $f(r) = r; \forall r \in \mathbb{Q}$
- III. $f(n^m) = m^n; \forall m, n \in \mathbb{N}$

- A) V V V
- B) V V F
- C) V F F
- D) F F V
- E) F F F

Resolución 03

Función

I. Si $n \in \mathbb{N}$

$$f_{(n,n)} = \underbrace{f_{(n+n+\dots+n)}}_{n \text{ veces}} = f_{(n)} + f_{(n)} + \dots + f_{(n)}$$

$$f_{(n)} \cdot \cancel{f_{(n)}} = n \cdot \cancel{f_{(n)}} \rightarrow f_{(n)} = n \quad \dots \dots \dots (V)$$

II. Sea $r \in \mathbb{Q} \rightarrow r = \frac{m}{n} \quad m, n \in \mathbb{N}$

$$f_{(1)} = f_{\left(\frac{n}{n}\right)} = n f_{\left(\frac{1}{n}\right)} \rightarrow f_{\left(\frac{1}{n}\right)} = \frac{1}{n} \wedge$$

$$f_{\left(\frac{m}{n}\right)} = f_{\left(m \cdot \frac{1}{n}\right)} = \underbrace{f_{(m)}}_m \cdot \underbrace{f_{\left(\frac{1}{n}\right)}}_{\frac{1}{n}}$$

$$f_{\left(\frac{m}{n}\right)} = \frac{m}{n} \quad \dots \dots \dots (V)$$

III. Sea $m, n \in \mathbb{N}$

$$f_{(m,n)} = \underbrace{f_{(n \dots n)}}_{m \text{ veces}} = (f_n)^m = n^m \quad \dots \dots (F)$$

Rpta: V-V-F

Pregunta 04

La función $f(x) = ax^2 + bx + c$ es inyectiva en $[2; \infty)$ y $g(x) = ax^2 + bx + d$ es inyectiva en $(-\infty; 2]$. Halle el valor de $4a + b$, sabiendo que $a \neq 0$.

- A) -2
- B) -1
- C) 0
- D) 1
- E) 2

Resolución 04

Funciones

Notamos: $f(x) = g(x) + k$; $k \in \mathbb{R}$

Entonces los vértices de ambas funciones cuadráticas presentan la misma abscisa.

Por ser inyectivas:

$$f: \left[-\frac{b}{2a}; +\infty\right) = [2; +\infty)$$

$$g: \left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right] = (-\infty; 2]$$

$$\rightarrow -\frac{b}{2a} = 2 \quad ; \quad 4a + b = 0$$

Rpta: 0

Pregunta 05

El valor numérico de:

$$P(x) = x^5 + (3 - 3\sqrt{3})x^4 - 9\sqrt{3}x^3 + 5x + 7\sqrt{3}$$

para $x = 3\sqrt{3}$ es:

- A) $20\sqrt{3}$
- B) $22\sqrt{3}$
- C) $24\sqrt{3}$
- D) $26\sqrt{3}$
- E) $28\sqrt{3}$

PROHIBIDA SU VENTA

Resolución 05

Polinomios

Por Ruffini:

	1	$(3-3\sqrt{3})$	$-9\sqrt{3}$	0	5	$7\sqrt{3}$
$x = 3\sqrt{3}$		3	9	0	0	$15\sqrt{3}$
	1	3	0	0	5	$22\sqrt{3}$

$R = P_{(3\sqrt{3})} = 22\sqrt{3}$

Rpta: $22\sqrt{3}$

Pregunta 06

Dada la ecuación

$(\log_2 2x)^2 + (\log_2 0,5x)^2 + (\log_2 0,25x)^2 = 5$

El menor valor de sus raíces es:

- A) 1
- B) $\sqrt[3]{2}$
- C) $\sqrt{2}$
- D) $\sqrt{3}$
- E) 3

Resolución 06

Logaritmos

$(\log_2 2x)^2 + (\log_2 0,5x)^2 + (\log_2 0,25x)^2 = 5$
 $(1 + \log_2 x)^2 + (-1 + \log_2 x)^2 + (-2 + \log_2 x)^2 = 5$
 sea $\log_2 x = a$

$\rightarrow (1+a)^2 + (a-1)^2 + (a-2)^2 = 5$
 $2a^2 + 2 + a^2 - 4a + 4 = 5$
 $3a^2 - 4a + 1 = 0$

$(3a-1)(a-1) = 0 \rightarrow a = \frac{1}{3}; \quad a = 1$

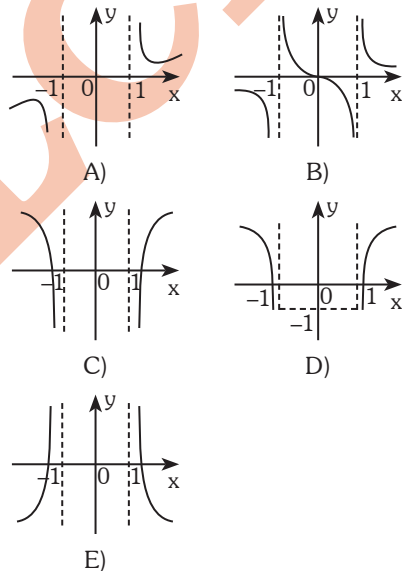
$\log_2 x = \frac{1}{3} \quad \log_2 x = 1$

$x = \sqrt[3]{2} \quad x = 2$

Rpta: $\sqrt[3]{2}$

Pregunta 07

Señale la gráfica que mejor representa a la función $f(x) = y$ en su dominio.



PROHIBIDA SU VENTA

Resolución 07

Funciones

El problema no especifica la regla de correspondencia.

Por lo tanto no se puede afirmar nada con respecto al gráfico de la función.

Rpta: No hay respuesta

Pregunta 08

Dadas las siguientes proposiciones:

- I. Si A es una matriz cuadrada tal que $A^2 = A$, entonces $A^K = A, \forall K \in \mathbb{N}$.
- II. Si B es simétrica, entonces $-B^2$ es antisimétrica.
- III. C es matriz cuadrada tal que $C^K = 0$ para algún $K \in \mathbb{N}$, entonces $I + \sum_{i=1}^K C^i$ es invertible.

¿Cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas?

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) I y II
- E) I y III

Resolución 08

Matrices

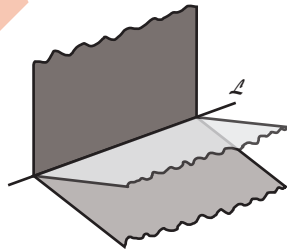
- I. Si: $A^2 = A$
por inducción matemática
Si: $A^K = A$
Entonces: $A^{K+1} = A^K \cdot A = A^2 = A$
 $\therefore A^K = A \dots\dots\dots (V)$

- II. Si: $B = B^T \rightarrow -B^2$ es antisimétrica (F)
 $(-B^2) = -(-B^2)^T$
 $-B^2 = (B^T)^2$
 $-B^2 = B^2$
- III. $C^K = 0$ para algún $K \in \mathbb{N}$
Sea: $M = I + C + C^2 + C^3 + \dots + C^K$
Multiplicando por $(C - I)$
 $M(C - I) = C^{K+1} - I$
 $M(I - C) = I$
 $\Rightarrow M$ es invertible.....(V)

Rpta: I y III

Pregunta 09

La siguiente figura da la idea de tres planos interceptándose según la recta ℓ . ¿Cuál(es) de los sistemas de ecuaciones dados representa a la figura dada?



- I. $2x + 3y - z = 1$
 $-x + 5y + 2z = 4$
 $x + 8y + z = 5$
- II. $x - y + 3z = -2$
 $-2x + 2y - 6z = -4$
 $-x + y - 3z = 2$
- III. $2x - y + z = 3$
 $-x + 3y - z = 1$
 $x - 2y + 2z = 2$

PROHIBIDA SU VENTA

- A) Solo I
- B) I y III
- C) Solo III
- D) I, II y III
- E) Solo II

Resolución 09

Sistema de ecuaciones

En la figura observamos que la intersección de 3 planos diferentes es una recta, lo cual lo interpretamos como que la solución de 3 ecuaciones con 3 incógnitas tiene infinitas soluciones. Por lo tanto:

- I. Tiene infinitas soluciones y los planos son diferentes (V)
- II. Tiene infinitas soluciones pero dos ecuaciones se grafican como un mismo plano (F)
- III. Tiene solución única (F)

Rpta: Solo I

Pregunta 10

Sea la sucesión (a_k) , donde

$$a_k = k \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

Entonces podemos afirmar que:

- A) (a_k) converge a 1
- B) (a_k) converge a $\ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$
- C) (a_k) converge a $\ln 2$
- D) (a_k) converge a 0
- E) (a_k) no converge

Resolución 10

Sucesiones

$$a_k = k \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)$$

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} a_k &= \lim_{k \rightarrow \infty} \left[k \ln\left(1 + \frac{1}{k}\right) \right] \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \left[\ln\left(1 + \frac{1}{k}\right)^k \right] \\ &= \ln\left[\lim_{k \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{k}\right)^k \right] \\ &= \ln[e] \end{aligned}$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} a_k = 1 \rightarrow \{a_k\}, \text{ converge a } 1$$

Rpta: $\{a_k$ converge a 1}

Pregunta 11

Sabiendo que se cumple:

$$a \times b \times c = 0$$

$$a + b + c = 1$$

Halle el valor de:

$$K = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} - \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}$$

- A) 0
- B) 1/6
- C) 1/3
- D) 1/2
- E) 1

Resolución 11

Productos notables

Si: $a \cdot b \cdot c = 0$

$$a + b + c = 1$$

$$K = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2} - \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2(ab + bc + ac) \\ a^3 + b^3 + c^3 = 1 - 3(ab + bc + ac) \end{cases}$$

Reemplazando en K

$$K = \frac{1 - 2(ab + bc + ac)}{2} - \frac{1 - 3(ab + bc + ac)}{3}$$

$$K = \frac{1}{2} - \frac{(ab + bc + ac)}{3} - \frac{1}{3} + \frac{(ab + bc + ac)}{3}$$

$$K = \frac{1}{6}$$

Rpta: 1/6

Pregunta 12

Un sistema de “n” ecuaciones con “n” incógnitas se puede expresar como $Ax=b$, donde A es una matriz cuadrada de orden $n \times n$, b es una matriz de orden $n \times 1$ y las incógnitas son los elementos de la matriz “x” de orden $n \times 1$. Si S es el conjunto solución del sistema $Ax=b$, entonces podemos afirmar que:

- A) $S = \emptyset$ o S es infinito.
- B) Los elementos de S pueden ser hallados por la regla de Cramer.
- C) Si los elementos de “b” son mayores que 0, entonces $S = \emptyset$ o S es un conjunto unitario.
- D) Si A es inversible, entonces S es finito.
- E) Si los elementos de “b” son todos iguales a cero, entonces no podemos utilizar la regla de Cramer para hallar los elementos de S.

Resolución 12

Sistema de ecuaciones

Analizando la alternativa **D**

Si A es inversible $\rightarrow |A| \neq 0$

Del sistema: $Ax=b$

Si: $|A| \neq 0$, entonces se concluye que el sistema presenta solución única.

Rpta: Si A es inversible, entonces S es finito.

Pregunta 13

Un juego de azar (tipo lotería) consiste en elegir 5 números diferentes de los primeros 30 números naturales. Cada persona que participa en este juego compra 26 jugadas diferentes. Calcule la cantidad mínima de jugadores que se necesita para ganar el juego.

- A) 2 349
- B) 3 915
- C) 5 481
- D) 6 264
- E) 7 047

Resolución 13

Análisis combinatorio

{1, 2, 3, , 30}

E: “Cada persona elige 5 números diferentes”

Como no interesa el orden, sino el grupo de 5 números distintos; por ejemplo {1, 3, 5, 7, 9} o {2, 4, 10, 20, 25} etc, esto se puede hacer de:

$$C_5^{30} = \frac{30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} \text{ maneras,}$$

PROHIBIDA SU VENTA

y como cada persona hace 26 jugadas, el número mínimo de personas para asegurar el triunfo es:

$$\frac{C_5^{30}}{26} = 5481$$

Rpta: 5481

Pregunta 14

Si los coeficientes del primer término del desarrollo del binomio $(3a^2x^3+ay^4)^{20}$ son iguales ($a>0$), determine el coeficiente del décimo octavo término.

- A) $\frac{190}{3^{21}}$
- B) $\frac{380}{3^{21}}$
- C) $\frac{190}{3^{20}}$
- D) $\frac{380}{3^{20}}$
- E) $\frac{380}{3^{19}}$

Resolución 14

Binomio de Newton

Sea el binomio

$$T = (3a^2x^3 + ay^4)^{20}$$

Si: $\text{Coef}(T_1) = \text{Coef}(T_{20})$

$$\underbrace{C_0^{20}(3a^2)^{20}}_{1 \cdot 3^{20} \cdot a^{40}} = \underbrace{C_{20}^{20}(a)^{20}}_{1 \cdot a^{20}}$$

$$a^{20} = 3^{20} \rightarrow a = 3^{-1}$$

$$\begin{aligned} \therefore T_{18} &= C_{17}^{20} (3a^2x^3)^3 (ay^4)^{17} \\ &= 1140 \cdot 3^3 a^{23} x^9 y^{68} \\ &= 1140 \cdot 3^3 \cdot 3^{-23} x^9 y^{68} = \frac{380}{3^{19}} x^9 y^{68} \end{aligned}$$

Rpta: $\frac{380}{3^{19}}$

Pregunta 15

Determine la cantidad de números de cuatro cifras en base 8, que contienen al número tres

- A) 1520
- B) 1522
- C) 1524
- D) 1526
- E) 1528

Resolución 15

Conteo de números

Total de números de 4 cifras de la base 8

No contienen la cifra 3

a	b	c	d ₍₈₎
1	0	0	0
2	1	1	1
2	2	2	2
⋮	⋮	⋮	⋮
7	7	7	7
7 x 8 x 8 x 8			
3584			

a	b	c	d ₍₈₎
1	0	0	0
2	1	1	1
2	2	2	2
⋮	3	3	3
7	7	7	7
6 x 7 x 7 x 7			
2058			

Si contienen la cifra 3 = 3584 - 2058

Rpta: 1526

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 16

Al multiplicar un número A de cuatro cifras por 999 se obtiene un número que termina en 5352. Calcule la suma de las cifras del número A.

- A) 18
- B) 19
- C) 20
- D) 21
- E) 22

Resolución 16

Cuatro operaciones

Sea : $A = \overline{abcd}$

Se cumple que :

$$\overline{abcd} \times 999 = \dots\dots 5352$$

$$\overline{abcd} (1000 - 1) = \dots\dots 5352$$

$$\overline{abcd000} - \overline{abcd} = \dots\dots 5352$$

Luego :

$$\begin{array}{r} \overline{abcd000} - \\ \underline{\quad \overline{abcd}} \\ \dots 5352 \end{array} \quad \begin{array}{l} a = 2 \\ b = 6 \\ c = 4 \\ d = 8 \end{array}$$

$A = 2648$

Rpta: 2+6+4+8=20

Pregunta 17

Considere el mayor de los números N cuya descomposición en sus factores primos de una cifra es $2^a \cdot 5^3 \cdot m^u \cdot 3^r$, sabiendo que cuando se divide por 40 se obtiene otro número de 54 divisores y además $a+u+r < 9$. Calcule la suma de sus cifras.

- A) 9
- B) 10
- C) 12
- D) 15
- E) 18

Resolución 17

Números primos

$$N = 2^a \times 5^3 \times m^u \times 3^r \dots (DC)$$

7

$$\frac{N}{40} = 2^{a-3} \times 5^2 \times 7^u \times 3^r \dots (DC)$$

Cantidad de divisores

$$(a-2) (2+1) (u+1) (r+1) = 54$$

$$(a-2) (u+1) (r+1) = 18$$

	a	u	r	} a+u+r < 9
$2 \times 3 \times 3$	4	2	2	
$3 \times 2 \times 3$	5	1	2	
$\Rightarrow 3 \times 3 \times 2$	5	2	1	
$1 \times 3 \times 6$	3	2	5	
$1 \times 6 \times 3$	3	5	2	
$1 \times 9 \times 2$	3	8	1	
$1 \times 2 \times 9$	3	1	8	

Elegimos:

$$(a, u, r) = (4; 2; 2)$$

Para que el # sea máximo:

$$N = 2^4 \times 5^3 \times 7^2 \times 3^2 = \underline{882\,000}$$

$$\therefore \sum \text{cifras} (N) = 8 + 8 + 2 = \underline{18}$$

Rpta: 18

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 18

Consideremos la expresión:

$$E = 0,3\hat{a} + 0,33\hat{a} + 0,333\hat{a}$$

Determine el valor de **a** de manera que E está lo más próximo posible a 1,0740.

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 6
- E) 9

Resolución 18

Números racionales

$$E = 0,3\hat{a} + 0,33\hat{a} + 0,333\hat{a}$$

$$E = \frac{3\hat{a} - 3}{90} + \frac{33\hat{a} - 33}{900} + \frac{333\hat{a} - 333}{9000}$$

$$E = \frac{27 + a}{90} + \frac{297 + a}{900} + \frac{2997 + a}{9000}$$

$$E = \frac{8667 + 111a}{9000}$$

“E” es lo más próximo a 1,074

$$E \leq 1,074 \vee E \geq 1,074$$

$$a \leq 9 \vee a \geq 9$$

$$\therefore a = \underline{9}$$

Rpta: 9

Pregunta 19

Las raíces cúbicas inexactas de dos enteros positivos son dos números consecutivos y sus residuos, en cada caso, son los máximos posibles. Halle la suma de estos números si la diferencia de sus residuos es 54.

- A) 1416
- B) 1524
- C) 1727
- D) 1836
- E) 1976

Resolución 19

Radicación

Sean A y B los números

$$\sqrt[3]{A} \left| \begin{array}{l} k \\ \hline \end{array} \right.$$

$$r_{\text{máx}} = 3(k)(k+1)$$

$$\sqrt[3]{B} \left| \begin{array}{l} k+1 \\ \hline \end{array} \right.$$

$$r_{\text{máx}} = 3(k+1)(k+2)$$

Dato:

$$3(k+1)(k+2) - 3(k)(k+1) = 54$$

$$k = 8$$

Luego:

$$A = (8+1)^3 - 1 \wedge B = (9+1)^3 - 1$$

$$A = 728 \wedge B = 999$$

$$\text{Piden: } A+B=1727$$

Rpta: 1727

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 20

Sean: $a_1, a_2, \dots, a_n \in <0, \infty>$ cualesquiera $n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ arbitrario y $M_A(n), M_G(n)$ y $M_H(n)$ su media aritmética, media geométrica y media armónica respectivamente.

Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F), en el orden dado:

- I. $M_G(n) = \sqrt[n]{M_A(n)M_H(n)}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$
- II. $M_A(n)M_H(n) = a_1 a_2 \dots a_n, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$
- III. $M_A(2) - M_G(2) = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4[M_A(2) + M_G(2)]}$

- A) VVV
- B) VFF
- C) FVF
- D) FFV
- E) FFF

Resolución 20

Promedios

$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n \in <0; \infty>$
 $n \in \{2, 3, 4, 5, \dots\} = \mathbb{N} - \{1\}$

$M_A(n)$ = Media aritmética de n números

$M_G(n)$ = Media geométrica de n números

$M_H(n)$ = Media armónica de n números

- I. $M_G(n) = \sqrt[n]{M_A(n) \times M_H(n)}, \forall n \in \mathbb{N} - \{1\}$
Falso, solo se cumple para dos números ($n=2$)
- II. $M_A(n) \times M_H(n) = M_G^2(n)$

Falso, solo se cumple para dos números ($n=2$) o cuando los números son iguales.

III. $M_A(2) - M_G(2) = \frac{(a_1 + a_2)^2}{4[M_A(2) + M_G(2)]}$

Falso, debió ser:

$M_A(2) - M_G(2) = \frac{(a_1 - a_2)^2}{4[M_A(2) + M_G(2)]}$

Rpta: F F F

MATEMÁTICA PARTE 2

Pregunta 21 21

Calcule el resultado, simplificado, de la siguiente expresión.

$E = 2^5 \text{sen}5^\circ \text{sen}10^\circ \text{sen}50^\circ \text{sen}70^\circ \text{sen}85^\circ \text{sen}110^\circ \text{sen}130^\circ$

- A) $\frac{1}{4}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) 1
- D) 2
- E) 4

Resolución 21

Ángulo Triple

$E = 2^5 \text{sen}5^\circ \text{sen}10^\circ \text{sen}50^\circ \text{sen}70^\circ \frac{\text{sen}85^\circ \text{sen}110^\circ \text{sen}130^\circ}{\text{cos}5^\circ}$

Ordenando:

$E = 4 \text{sen}10^\circ \text{sen}50^\circ \text{sen}70^\circ \cdot 4 \times \frac{2 \text{sen}5^\circ \text{cos}5^\circ \text{sen}110^\circ \text{sen}130^\circ}{\text{sen}10^\circ \text{sen}70^\circ \text{sen}50^\circ}$

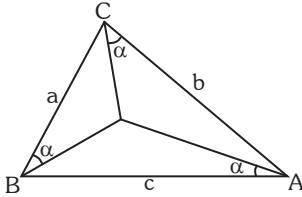
$E = (4 \text{sen}10^\circ \text{sen}50^\circ \text{sen}70^\circ)^2 \rightarrow E = \text{sen}^2 30^\circ;$

Rpta: 1/4

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 22

En la figura:



Si $a=3, b=25, c=26, \operatorname{tg} \alpha = \frac{m}{n}$, donde m y n son primos entre sí, calcule $m+n$.

- A) 727
- B) 728
- C) 729
- D) 730
- E) 731

Resolución 22 22

Resolución de triángulos oblicuángulos

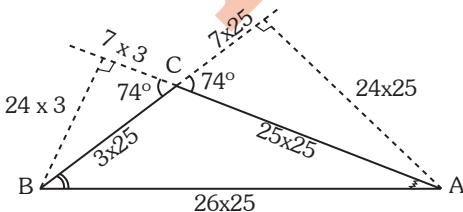
1º) T. de cosenos :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \operatorname{cosec}$$

$$26^2 = 3^2 + 25^2 - 2(3)(25)\operatorname{cosec}$$

$$\operatorname{cosec} = -\frac{7}{25} \Rightarrow c = 106^\circ$$

2º)



3º) De la figura obtenemos :

$$\operatorname{ctg} B = \frac{5}{12} ; \operatorname{ctg} A = \frac{323}{36}$$

4º) Por Brocard :

$$\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} A + \operatorname{ctg} B + \operatorname{ctg} C$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{625}{72}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{72}{655} = \frac{m}{n}$$

5º) $m + n = 727$

Rpta: 727

Pregunta 23

Dada la ecuación en el plano complejo,

$$(1-i)z + \overline{(1-i)z} + 2 = 0$$

determine la ecuación cartesiana.

- A) $2x + 2y + 1 = 0$
- B) $x + y + 1 = 0$
- C) $2x - 2y + 1 = 0$
- D) $-x + y + 1 = 0$
- E) $-2x + y + 2 = 0$

Resolución 23

Números complejos

Si: $(1-i)z + \overline{(1-i)z} + 2 = 0$

Recordamos: $z = x + iy$

Reemplazando:

$$(1-i)(x+iy) + \overline{(1-i)(x+iy)} + 2 = 0$$

$$x+iy - ix + y + (x+y-iy+ix) + 2 = 0$$

$$2x + 2y + 2 = 0$$

$$\therefore x + y + 1 = 0$$

Rpta: $x + y + 1 = 0$

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 24

Halle el dominio de la función:

$$f(x) = 17 \operatorname{arc} \sec \left(x - \frac{3}{2}\right)$$

- A) $\langle -\infty; -\frac{1}{2} \rangle \cup [\frac{5}{2}; \infty \rangle$
- B) $\langle -\infty; \frac{1}{2} \rangle \cup [\frac{5}{2}; \infty \rangle$
- C) $\langle -\infty; -\frac{3}{2} \rangle \cup [\frac{1}{2}; \infty \rangle$
- D) $\langle -\infty; -\frac{1}{2} \rangle \cup [\frac{1}{2}; \infty \rangle$
- E) $\langle -\infty; -\frac{5}{2} \rangle \cup [\frac{3}{2}; \infty \rangle$

Resolución 24

Función trigonométrica inversa

Se sabe: $-\infty < x - \frac{3}{2} \leq -1 \cup 1 \leq x - \frac{3}{2} < +\infty$

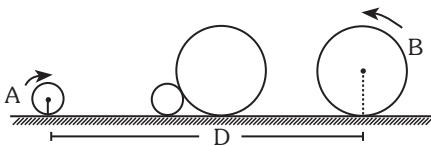
$$-\infty < x \leq \frac{1}{2} \cup \frac{5}{2} \leq x < +\infty$$

$$\therefore x \in \langle -\infty; \frac{1}{2} \rangle \cup [\frac{5}{2}; +\infty \rangle$$

Rpta: $\langle -\infty; \frac{1}{2} \rangle \cup [\frac{5}{2}; +\infty \rangle$

Pregunta 25

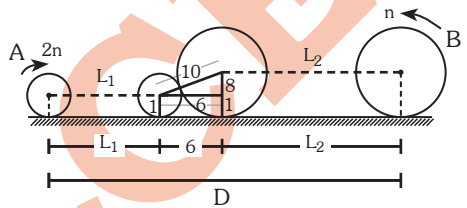
En la figura mostrada, las ruedas A y B dan $2n$ y n vueltas respectivamente ($n > 2$) desde su posición inicial, hasta el instante en que llegan a tocarse; además: $r_A = 1u$ y $r_B = 9u$. Calcule: D en u .



- A) $10n\pi$
- B) $15n\pi + 1$
- C) $20n\pi + 2$
- D) $22n\pi + 4$
- E) $22n\pi + 6$

Resolución 25

Número de vueltas



Del gráfico:

- $2n = \frac{L_1}{2\pi(1)} \rightarrow L_1 = 4n\pi$
 - $n = \frac{L_2}{2\pi(9)} \rightarrow L_2 = 18n\pi$
 - $D = L_1 + 6 + L_2$
- $\therefore D = 22n\pi + 6$

Rpta: $22n\pi + 6$

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 26

El área de un triángulo cuyos vértices son $A(x,y)$, $B(3,4)$ y $C(5,-1)$, es $7u^2$

Además $y+3x=4$ y $x > -2$

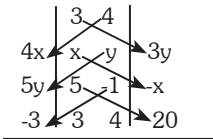
Calcule $x+y$

- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 7
- E) 8

Resolución 26

Geometría Analítica

Área



$$I = 4x + 5y - 3 \quad D = 3y - x + 20$$

$$I = 4x + 5y - 3 \quad D = 3y - x + 20$$

$$\text{Área} = \frac{|D-1|}{2}$$

$$7 = \frac{|23 - 2y - 5x|}{2}$$

$$\text{Dato: } y = 4 - 3x$$

$$14 = |15 + x|$$

$$\text{Dato: } x > -2 \rightarrow 15 + x > 13$$

$$14 = 15 + x$$

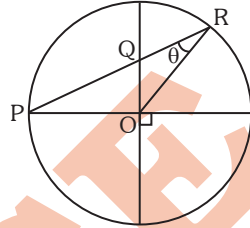
$$\rightarrow x = -1; y = 7$$

$$\text{Piden: } x + y = 6$$

Rpta: 6

Pregunta 27

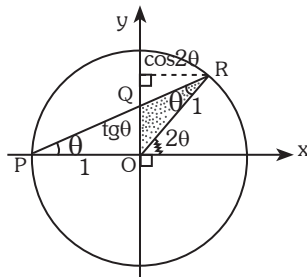
En la circunferencia trigonométrica adjunta, determine: $\frac{\text{área del } \Delta POR}{\text{área del } \Delta RQO}$



- A) $\csc(2\theta) + 1$
- B) $\csc(\theta) + 1$
- C) $\sec(\theta) + 1$
- D) $\sec(2\theta) + 1$
- E) $\sec(2\theta) + 2$

Resolución 27

Circunferencia trigonométrica



Piden:

$$\frac{A_{\Delta POR}}{A_{\Delta RQO}} = \frac{\frac{1 \times 1}{2} \sin(180^\circ - 2\theta)}{\frac{\text{tg}\theta \cdot \cos 2\theta}{2}}$$

$$= \frac{\text{sen}2\theta}{\text{tg}\theta \cos 2\theta}$$

PROHIBIDA SU VENTA

$$= \frac{\operatorname{tg}2\theta}{\operatorname{tg}\theta}$$

$$= \sec 2\theta + 1$$

Rpta: $\sec(2\theta) + 1$

Pregunta 28

Sean $f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right)$, $g(x) = \sin(2x)$, para

$$x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$$

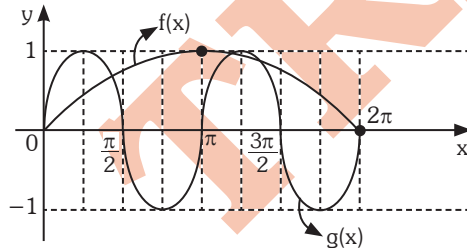
Entonces podemos afirmar que:

- A) $f(x) > g(x)$
- B) $f(x) \geq g(x)$
- C) $f(x) < g(x)$
- D) $f(x) \leq g(x)$
- E) $f(x) \leq g(x), x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right]$ y $g(x) < f(x), x \in \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

Resolución 28

Funciones trigonométricas

$$f(x) = \sin\left(\frac{x}{2}\right); T = 4\pi \qquad g(x) = \sin 2x; T = \pi$$



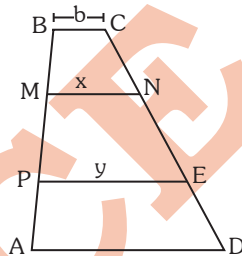
Como: $x \in \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$

Se obtiene: $f(x) \geq g(x)$

Rpta: $f(x) \geq g(x)$

Pregunta 29

Se da un trapezio en el cual la base menor mide b . Si la base mayor es 8 veces la base menor (figura), y se divide el trapezio en 3 trapezios semejantes por dos paralelas a las bases, halle el valor de x (la menor paralela)

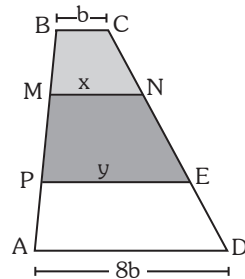


- A) $2b$
- B) $2,5b$
- C) $3b$
- D) $1,5b$
- E) $3,5b$

Resolución 29

Semejanza

Piden: x



PROHIBIDA SU VENTA

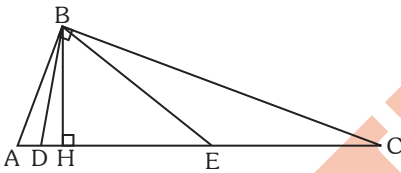
Los trapezios son semejantes:

$$\frac{b}{x} = \frac{x}{y} = \frac{y}{8b} = k \rightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\therefore x = 2b$$

Pregunta 30

En la figura, el triángulo ABC recto en B, BH es la altura, BD es la bisectriz del ángulo ABH y BE es la bisectriz del ángulo HBC. Si AB = 7u y BC = 24u. Calcule el valor del segmento DE (en u)



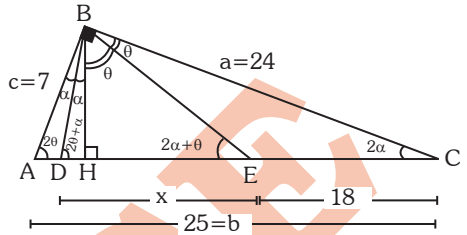
- A) 4
- B) 5
- C) 6
- D) 8
- E) 9

Rpta: 2b

Resolución 30

Triángulos

Piden: x



* ΔABE: isósceles: AB = AE = 7 → EC = 18

ΔBCD: isósceles: BC = DC = 24

$$x + 18 = 24$$

$$\therefore x = 6$$

Rpta: 6

Pregunta 31

Se tiene un triángulo equilátero ABC inscrito en una circunferencia de radio $r = 6\text{cm}$, si M es el punto de divide al arco AB en partes iguales ($M \neq C$), entonces el área de la región triangular AMB en cm^2 es:

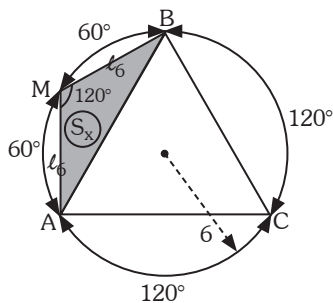
- A) $8\sqrt{3}$
- B) $9\sqrt{3}$
- C) $10\sqrt{3}$
- D) $11\sqrt{3}$
- E) $12\sqrt{3}$

PROHIBIDA SU VENTA

Resolución 31

Áreas

Piden S_x



$$l_6 = R = 6$$

$$\therefore S_x = \frac{6 \times 6}{2} \text{sen } 120^\circ$$

$$S_x = 9\sqrt{3}$$

Rpta: $9\sqrt{3}$

Pregunta 32

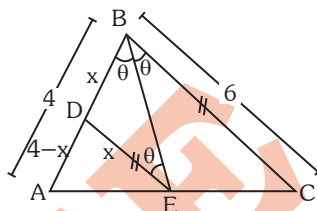
En un triángulo ABC, $AB=4u$, $BC=6u$. Se traza \overline{DE} paralela a \overline{BC} donde los puntos D y E pertenecen a los segmentos \overline{AB} y \overline{AC} respectivamente, de modo que el segmento BE sea bisectriz del ángulo B. Calcule el valor de BD (en u).

- A) 1,8
- B) 2,0
- C) 2,2
- D) 2,4
- E) 2,8

Resolución 32

Semejanza

Piden: x



$$\triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\frac{x}{6} = \frac{4-x}{4}$$

$$2x = 12 - 3x$$

$$\therefore x = 2,4$$

Rpta: 2,4

Pregunta 33

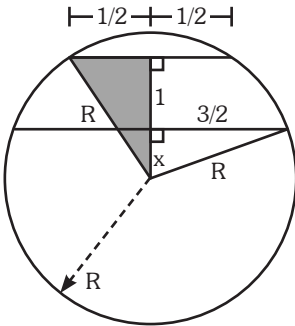
Dos segmentos paralelos en el plano tienen longitudes 3 cm y 1 cm respectivamente. Si la distancia entre esos segmentos es de 1cm, calcule el radio de la circunferencia que pasa por los extremos de dichos segmentos.

- A) $\sqrt{\frac{3}{2}}$
- B) $\sqrt{\frac{5}{2}}$
- C) $\sqrt{\frac{7}{2}}$
- D) $\sqrt{\frac{9}{2}}$
- E) 2,5

Resolución 33

Relaciones métricas

Piden: R



$$R^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + (1+x)^2$$

$$R^2 = \left(\frac{3}{2}\right)^2 + x^2$$

Resolviendo:

$$\therefore R = \sqrt{\frac{5}{2}}$$

Rpta: $\sqrt{\frac{5}{2}}$

Pregunta 34

Se colocan ocho monedas de igual radio, tangentes dos a dos, tangencialmente alrededor de una moneda de mayor radio, entonces la relación entre el radio de la moneda mayor y el radio de la moneda menor es:

A) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} - 2$

B) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} - 1$

C) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} - \frac{1}{2}$

D) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} - \frac{1}{4}$

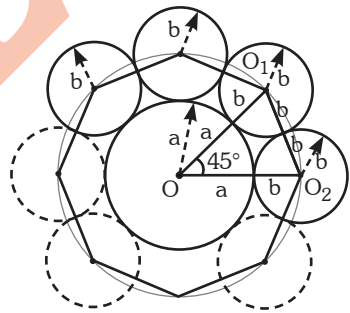
E) $\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{2}}} - \frac{1}{8}$

Resolución 34

Polígonos

Piden: $\frac{a}{b}$

* $\triangle OO_1O_2$: T. elemental del octógono regular.



$$(a + b) \sqrt{2 - \sqrt{2}} = 2b$$

$$a \sqrt{2 - \sqrt{2}} = 2b - b \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2 - \sqrt{2 - \sqrt{2}}}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{2}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} - 1$$

Rpta: $\frac{2}{\sqrt{2 - \sqrt{2}}} - 1$

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 35

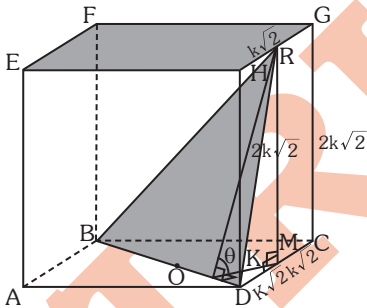
ABCD – EFGH es un hexaedro regular. Si O es el centro de ABCD y R es punto medio de \overline{HG} . Halle la medida del diedro que forman el plano BRD y la cara EFGH.

- A) $\text{Arctan}(\sqrt{2})$
- B) $\text{Arctan}(2)$
- C) $\text{Arctan}(2\sqrt{2})$
- D) $\text{Arctan}(3\sqrt{2})$
- E) $\text{Arctan}\left(\frac{7\sqrt{2}}{2}\right)$

Resolución 35

Poliedros

Piden: $\sphericalangle \triangle BRD \wedge \square EFGH = \theta$



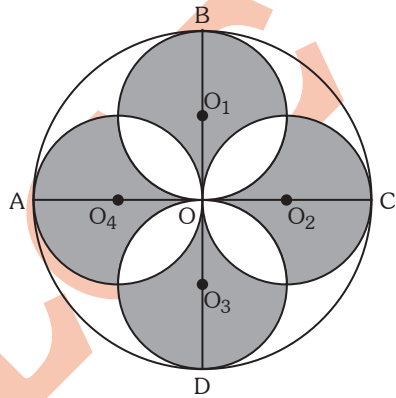
Sea $HR = k\sqrt{2}$

- $\triangle LMD: (\text{NOT } 45^\circ \text{ y } 45^\circ)$
- $\theta = \text{arctg} \frac{2k\sqrt{2}}{k}$
- $\theta = \text{arctg}(2\sqrt{2})$

Rpta: $\text{Arctan}(2\sqrt{2})$

Pregunta 36

En la figura: O, O_1 , O_2 , O_3 , y O_4 son centros de circunferencias, donde A, B, C y D son puntos de tangencia. Si $AO = 1$ cm, entonces el área de la superficie sombreada es:



- A) 1,85
- B) 1,90
- C) 1,95
- D) 2,00
- E) 2,14

Resolución 36

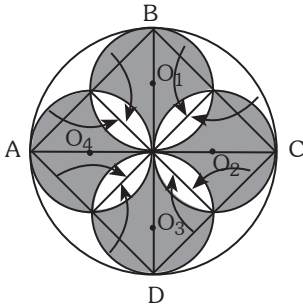
Áreas

Piden: $A_{\text{reg somb.}}$

Se traslada áreas formando un cuadrado de diagonal $AC=2$.

$$A_{ABCD} = \frac{2 \times 2}{2} = 2$$

PROHIBIDA SU VENTA



Rpta: 2,00

Pregunta 37

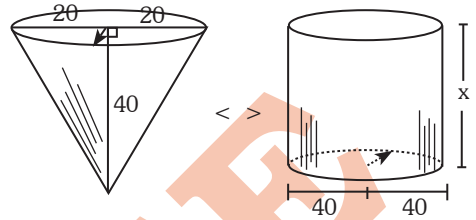
De un recipiente lleno de agua que tiene la forma de un cono circular recto de 20 cm de radio y 40 cm de altura, se vierte el agua a un recipiente cilíndrico de 40 cm de radio, entonces a qué altura, en cm, se encuentra el nivel del agua en el recipiente cilíndrico.

- A) 5
- B) $\frac{10}{3}$
- C) $\frac{5}{2}$
- D) 2
- E) $\frac{5}{3}$

Resolución 37

Cilindro y cono

Piden: x



$$V_{\text{cono}} = V_{\text{cilindro}}$$

$$\frac{1}{3} \pi (20)^2 (40) = \pi (40)^2 x$$

$$\therefore x = \frac{10}{3}$$

Rpta: $\frac{10}{3}$

Pregunta 38

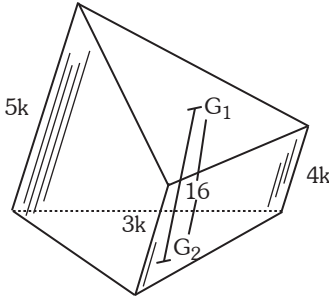
En un tronco de prisma triangular oblicuo, la longitud del segmento que une los baricentros de sus bases es 16 cm. Calcule la longitud de la menor arista (en cm), si éstas están en razón de 3, 4 y 5.

- A) 4
- B) 8
- C) 12
- D) 16
- E) 48

Resolución 38

Prisma

Piden: $3k$



- Por teorema

$$16 = \frac{5k + 4k + 3k}{3}$$

$$4 = k$$

$$\therefore 3k = 12$$

Nota. Deben de pedir la menor arista lateral.

Rpta: 12

Pregunta 39

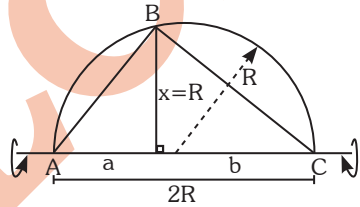
En un semicírculo cuyo radio mide R cm, se inscribe un triángulo rectángulo ABC (\overline{AC} diámetro) tal que al girar alrededor de la hipotenusa genera un sólido, cuyo volumen es la mitad de la esfera generada por dicho semicírculo. Entonces el área de la superficie esférica es al área de la región triangular ABC como:

- A) $\frac{8}{3}\pi$
- B) 3π
- C) 4π
- D) $\frac{16}{3}\pi$
- E) 8π

Resolución 39

Esfera

Piden: $\frac{AESF}{A_{\Delta ABC}}$



Condición: $V_s = \frac{V_{ESF}}{2}$

$$\frac{1}{3}\pi x^2 a + \frac{1}{3}\pi x^2 b = \frac{4}{3}\pi R^3 \left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\frac{1}{3}\pi x^2 \left(\frac{2R}{a+b}\right) = \frac{2\pi}{3} R^3$$

$$x = R$$

$$\frac{AESF}{A_{\Delta ABC}} = \frac{4\pi R^2}{2 \frac{RR}{2}} = 4\pi$$

Rpta: 4π

PROHIBIDA SU VENTA

Pregunta 40

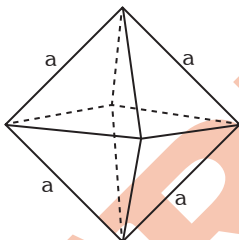
Si el perímetro del desarrollo de la superficie lateral del octaedro mide 30 u; determine la superficie lateral del poliedro mencionado.

- A) $14\sqrt{3} u^2$
- B) $16\sqrt{3} u^2$
- C) $18\sqrt{3} u^2$
- D) $20\sqrt{3} u^2$
- E) $22\sqrt{3} u^2$

Resolución 40

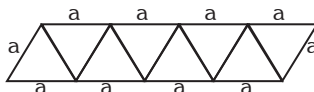
Poliedros

Piden $A_{Lat oct}$



Nota. El octaedro debe ser regular.

* Desarrollo de la superficie lateral.



* Del dato: $10a=30$

$$a=3$$

$$* A_{Lat oct} = 2\sqrt{3} a^2$$

$$A_{Lat oct} = 2\sqrt{3} (3)^2$$

$$\therefore A_{Lat oct} = 18\sqrt{3}$$

Rpta: $18\sqrt{3} u^2$