

MATEMÁTICA

Pregunta 01

Se tiene un número N cuya representación en dos sistemas de numeración son las siguientes: $\overline{xy}_{(z+3)}$ y $\overline{zx}_{(y)}$; donde z e y son cifras pares, tal que $x + y + z = 13$. Calcule $3x + 6y + 4z$.

- A) 47
- B) 53
- C) 59
- D) 61
- E) 73

Resolución 01

Numeración

Numeración no decimal

$$N = \overline{xy}_{(z+3)} = \overline{zx}_{(y)}$$

Cada cifra es menor a su base

$$\rightarrow z < y < z + 3$$

$$y = z + 1 \quad \text{o} \quad y = z + 2$$

como “ z ” e “ y ” son cifras pares, entonces no pueden ser consecutivas.

$$y = z + 2$$

Dato: $x + y + z = 13$

$$\downarrow$$

$$z + 2$$

$$x + 2z + 2 = 13 \rightarrow x + 2z = 11$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$3 \quad 4$$

$$\therefore x = 3; y = 6; z = 4$$

$$\text{Piden: } 3(3) + 6(6) + 4(z) = 61$$

Rpta.: 61

Pregunta 02

Nicolás recibe una tarjeta de crédito junto con un sobre, donde se encuentra impresa la clave, de 5 dígitos. Nicolás extravió la hoja impresa e intenta reconstruir la clave, pero solo recuerda que el primer dígito (desde la izquierda) es 3, el último dígito es 5, la suma de los dígitos es 12 y 3 dígitos son pares. ¿Cuántos valores posibles existen para la clave?

- A) 6
- B) 7
- C) 8
- D) 9
- E) 10

Resolución 02

Análisis combinatorio

Conteo de números (MCD)

$$N = \underline{3} \underline{a} \underline{b} \underline{c} \underline{5} / \Sigma \text{ cifras} = 12 \rightarrow a + b + c = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} \{2, 2, 0\} \rightarrow 220, 202, 022 \\ \{0, 0, 4\} \rightarrow 400, 040, 004 \end{array} \right\} 6 \text{ casos}$$

\therefore La clave puede tomar 6 valores.

$$32205, 32025, 30225$$

$$34005, 30405, 30045$$

Rpta.: 6

Pregunta 03

Determine la suma del número n más pequeño y del número N más grande de cuatro cifras que sean divisibles por 2, 3, 4, 6, 7, 11 y 14, simultáneamente a n y N .

- A) 10 088
- B) 11 088
- C) 12 088
- D) 13 088
- E) 14 088

Resolución 03

MCD - MCM

Sea A un número tal que

$$A = \begin{cases} 2 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 7 \\ 11 \\ 14 \end{cases} \rightarrow A = \frac{\text{MCM}(2; 3; 4; 6; 7; 11; 14)}{6} \\ A = 924$$

Luego, “n” es el menor número de cuatro cifras

$$n = 924 \times 2 = 1848$$

y N es el mayor número de cuatro cifras.

$$N = 924 \times 10 = 9240$$

$$\text{Piden: } n + N = 11\ 088$$

Rpta.: 11 088

Pregunta 04

Determine el mayor número de la forma $2^x \cdot 3^y \cdot 5^z$, donde x, y, z son enteros con $xyz \neq 0$, con la propiedad que, al ser multiplicado por 5, el número de sus divisores aumenta de 48 a 60.

- A) 12 000
- B) 13 500
- C) 26 700
- D) 31 500
- E) 60 750

Resolución 04

Números primos

Cantidad de divisores

$$N = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z / xyz \neq 0 \wedge x, y, z: \text{ enteros} \neq 0$$

$$CD(N) = (x+1)(y+1)(z+1) = 48$$

$$5N = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^{z+1} \dots (*)$$

$$CD(5N) = (x+1)(y+1)(z+2) = 60$$

$$(-) (x+1)(y+2) = 12$$

x	y
2	3
3	2
5	1
1	5

$$Z+1=4$$

$$Z=3$$

El mayor número es

$$N = 2^x \cdot 3^y \cdot 5^z = 2^1 \cdot 3^5 \cdot 5^3$$

$$N \uparrow = 60\ 750$$

Rpta.: 60 750

Pregunta 05

Indique la alternativa correcta después de determinar si cada proposición es verdadera (V) o falsa (F) según el orden dado.

- I. Existen números racionales tales que entre ellos no existen números irracionales.
- II. Siempre existe el mínimo número racional r tal que $\sqrt{2} \leq r$.
- III. Los números racionales son densos en los números reales.

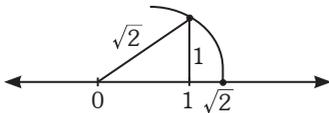
- A) V V V
- B) V F V
- C) V F F
- D) F V F
- E) F F V

Resolución 05

Números racionales

Densidad en los Q

- I. Entre dos números racionales distintos por la densidad en los números reales existen infinitos números racionales e irracionales. Pero si los dos racionales son iguales; por ejemplo, $\frac{2}{3}$ y $\frac{2}{3}$ no existen números entre ellos que cumpla la condición. (V)
- II. En la recta real



si existen " r " $\in \mathbb{Q} / \sqrt{2} \leq r$

\therefore Pero no se puede determinar el mínimo " r ". (F)

- III. Los números racionales es denso en los números reales. (V)

Rpta.: VFV

Pregunta 06

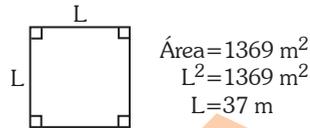
Se tiene un terreno de 1369 m^2 de forma cuadrada. Se quiere cercar con un alambre que cuesta S/0,60 el metro. Determine la suma de sus cifras del costo total del alambre para cercar todo el terreno.

- A) 22
- B) 23
- C) 24
- D) 25
- E) 26

Resolución 06

Cuatro operaciones

Operaciones combinadas



Perímetro = $4(37) = 148 \text{ m}$

Costo total = $148 \times 0,60 = 88,8$

Suma de cifras: $8 + 8 + 8 = 24$

Rpta.: 24

Pregunta 07

Los números 0,98, 0,96 y 0,95 son las leyes respectivas de 3 aleaciones que se funden para formar una de ley 0,97, y se usan 390 g de la primera. Si el peso de la segunda es a la tercera como 5 es a 4, determine el peso de la aleación final en gramos.

- A) 420
- B) 440
- C) 480
- D) 560
- E) 660

Resolución 07

Mezcla

Cantidad	Ley
390	0,98
5k	0,96
4k	0,95

Ley media = 0,97

$$L_m = \frac{390(0,98) + 5k(0,96) + 4k(0,95)}{390 + 5k + 4k} = 0,97$$

∴ k = 30

- Pide el peso total = 390 + 5k + 4k
 = 390 + 9k
 = 390 + 9(30)
 = 390 + 270
 = 660 g

Rpta.: 660

Pregunta 08

Se elige aleatoriamente un número de tres cifras en el sistema ternario. Si X es la variable aleatoria que indica la suma de las cifras del número elegido, calcule el valor esperado de X.

- A) 3/2
- B) 2
- C) 5/2
- D) 3
- E) 7/2

Resolución 08

Probabilidades

Esperanza matemática

ℰ: elegir aleatoriamente un número de tres cifras en el sistema ternario.

$$\Omega = \left\{ \begin{array}{l} 100_{(3)}; 101_{(3)}; 110_{(3)}; 111_{(3)}; 200_{(3)} \\ 210_{(3)}; 201_{(3)}; 120_{(3)}; 102_{(3)}; 220_{(3)} \\ 202_{(3)}; 211_{(3)}; 121_{(3)}; 112_{(3)}; 221_{(3)} \\ 212_{(3)}; 122_{(3)}; 222_{(3)} \end{array} \right\}$$

n(Ω) = 18

x: suma de cifras del número elegido

Prohibida su venta

x	1	2	3	4	5	6
P(x)	$\frac{1}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{3}{18}$	$\frac{1}{18}$

$$E_{(x)} = \sum x P_{(x)}$$

$$E_{(x)} = \frac{1}{18} + \frac{6}{18} + \frac{15}{18} + \frac{20}{18} + \frac{15}{18} + \frac{6}{18}$$

$$E_{(x)} = \frac{63}{18} = \frac{7}{2}$$

Rpta.: 7/2

Pregunta 09

Se corta en cada esquina de una placa rectangular un cuadrado de 2 cm, y la placa sobrante se dobla hacia arriba para formar una caja abierta. Se requiere que la caja mida 4 cm más de largo que de ancho y que su volumen esté entre 24 y 42 cm³. Determine el intervalo que debe satisfacer el ancho de la caja formada.

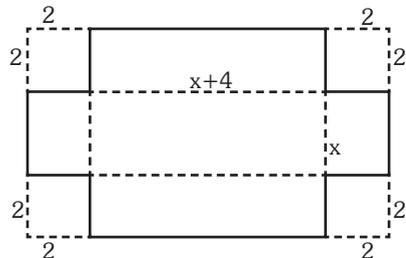
- A) <2; 3>
- B) <1; 3>
- C) <2; 4>
- D) <3; 5>
- E) <0; 3>

Resolución 09

Inecuaciones

Inecuaciones racionales

Del enunciado, tenemos



$$V(x) = (x+4)(x)(2)$$

Por condición

$$24 < (x+4)(x)(2) < 42$$

$$12 < x^2 + 4x < 21$$

$$16 < (x+2)^2 < 25; x > 0$$

$$4 < x+2 < 5$$

$$2 < x < 3$$

$$\therefore \text{Intervalo} = (2; 3)$$

Rpta.: $\langle 2; 3 \rangle$

Pregunta 10

Determine el rango de la función definida por $f(x) = e^{\text{sen}x}$, con $x \in \mathbb{R}$.

- A) $\langle 0, \infty \rangle$
- B) $[1, e]$
- C) $\left[\frac{1}{e}, 1\right]$
- D) $\left[\frac{1}{e}, e\right]$
- E) \mathbb{R}

Resolución 10

Funciones

Función exponencial

Según la teoría

$$-1 \leq \text{sen}(x) \leq 1 \rightarrow e^{-1} \leq e^{\text{sen}(x)} \leq e^1$$

$$\frac{1}{e} \leq y = f(x) \leq e$$

$$\therefore \text{Ran}(f) = \left[\frac{1}{e}, e\right]$$

Rpta.: $\left[\frac{1}{e}, e\right]$

Pregunta 11

Considere el polinomio $p(x)$ de coeficientes enteros; se afirma que:

- I. Si r es raíz de $p(x)$ en \mathbb{Q} , entonces r es raíz de $p(x)$ en \mathbb{R} .
- II. Si s es raíz de $p(x)$ en \mathbb{C} , entonces s es raíz en \mathbb{R} .

III. Si $p(x)$ no tiene raíz entera, entonces $p(x)$ no tiene raíz en \mathbb{Q} .

Son correctas:

- A) Solo I
- B) Solo II
- C) Solo III
- D) Solo I y II
- E) Solo I y III

Resolución 11

Función polinomial

Raíces de polinomios

Según la teoría

I. Verdadero

En efecto, si $r \in \mathbb{Q} \Rightarrow r \in \mathbb{R}$.

II. Falso

En efecto, si $S \subset \mathbb{C}$, no necesariamente $S \subset \mathbb{R}$.

III. Falso

Nótese que $P(x)$ pudiera tener raíz fraccionaria.

Rpta.: Solo I

Pregunta 12

Si $a, b > 0$, $a \neq b$, $\log_b a > 0$, $\log_{\sqrt[7]{2}} b > 0$ y sabemos que:

$$\log_b a + 11 \log_a b = 12$$

$$\log_{\sqrt[7]{2}} b - 7 \log_b \sqrt[7]{2} = 6$$

Entonces calcule $M = \frac{a}{32} + 4 \log_{0,5} a$.

- A) 10
- B) 12
- C) 16
- D) 18
- E) 20

Resolución 12**Logaritmación en \mathbb{R}** **Ecuaciones logarítmicas**Sea $\log_b a = x > 0$:

$$x + \frac{11}{x} = 12 \rightarrow x = 1 \vee x = 11$$

por condición $\log_b a = 11 \rightarrow a = b^{11}$ sea $\log_{7\sqrt{2}} b = y > 0$

$$y - \frac{7}{y} = 6 \rightarrow y = 7$$

por condición $\log_{7\sqrt{2}} b = 7 \rightarrow b = 2$

ahora, tenemos

$$a = 2^{11} \wedge b = 7$$

finalmente

$$M = \frac{2^{11}}{2^5} + 4 \log_{(2-1)} 2^{11}$$

$$M = 2^6 + 4(-11)$$

$$M = 64 - 44$$

$$\therefore M = 20$$

Rpta.: 20**Pregunta 13**

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

Sean $A = (a_{ij})_{2 \times 3}$ y $B = (b_{ij})_{3 \times 2}$,satisfaciendo $AB = I_2$ (matriz identidad de orden 2).

- I. Para todo $Y = (y_{ij})_{2 \times 1}$, existe $X = (x_{ij})_{3 \times 1}$, tal que $AX = Y$.
- II. Si $AC = I_2$ para alguna matriz $C = (c_{ij})_{3 \times 2}$, entonces $C = B$.
- III. Si $BY = 0$ para $Y = (y_{ij})_{2 \times 1}$, entonces $Y = 0$ (matriz nula).

- A) V V V
- B) V F V
- C) F F V
- D) F V F
- E) F F F

Resolución 13**Matrices****Teoría de matrices**

Datos:

$$A = (a_{ij})_{2 \times 3}, B = (b_{ij})_{3 \times 2}$$

Por condición, $AB = I$

I. Verdadero

En efecto: $\forall Y, \exists X \mid AX = Y$

En la negación:

$$\exists Y, \forall X: AX \neq Y$$

II. Falso

En efecto:

Si $AB = AC$, no necesariamente $B = C$.

III. Verdadero

$$BY = 0 \rightarrow A \cdot BY = A \cdot 0$$

$$AB \cdot Y = 0$$

$$I \cdot Y = 0$$

$$Y = 0$$

Rpta.: VFV**Pregunta 14**

Halle el promedio de los valores máximo y mínimo de la función $f(x, y) = 4x + y + 3$ sujeta a la siguiente región:

$$S = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid |x - 2| + |y - 4| \leq 3\}$$

- A) 3
- B) 7
- C) 10
- D) 15
- E) 19

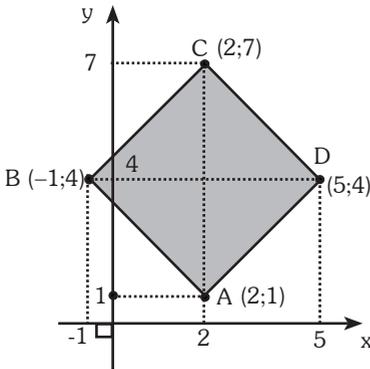
Resolución 14

Relaciones

Gráficas de relaciones

Por condición tenemos:

$$|x - 2| + |y - 4| \leq 3$$



Para la tabulación:

$$f(x;y) = 4x + y + 3$$

$$f(A) = 8 + 1 + 3 = 12$$

$$f(B) = -4 + 4 + 3 = 3$$

$$f(C) = 8 + 7 + 3 = 18$$

$$f(D) = 20 + 4 + 3 = 27$$

Nótese que:

$$\text{máximo} = M = 27$$

$$\text{mínimo} = m = 3$$

$$\therefore \frac{M+m}{2} = 15$$

Rpta.: 15

Pregunta 15

Si la proposición lógica “ $p \rightarrow (q \vee r)$ ” es falsa, determine la verdad o falsedad de “ $(q \wedge r) \vee p$ ”; de “ $p \rightarrow q$ ” y “ $q \rightarrow r$ ”.

- A) V V V
- B) F V V
- C) F F V
- D) V V F
- E) V F V

Resolución 15

Lógica proposicional

Proposiciones compuestas

Dato:

$$p \rightarrow \underbrace{\underbrace{(q \vee r)}_F}_{F} \text{ es falsa}$$

$$\overline{V} \quad \quad \quad \overline{V}$$

Luego:

$$p \equiv V$$

$$q \equiv F$$

$$r \equiv F$$

Pide:

I. $\underbrace{\underbrace{(q \vee r)}_F}_{F} \vee p$
 $\overline{V} \quad \quad \quad \overline{V}$
 (V)

II. $\underbrace{p \rightarrow q}_V$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad}_F$
 (F)

III. $\underbrace{q \rightarrow r}_F$
 $\quad \quad \quad \underbrace{\quad}_F$
 (V)

Rpta.: VFV

Prohibida su venta

Pregunta 16

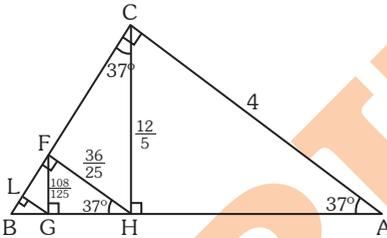
Sea un triángulo rectángulo ABC recto en C, con $m\angle A = 37^\circ$ y $AC = 4$ m. De C se traza una perpendicular a AB, intersectando en D; de dicho punto se traza una perpendicular a BC intersectando en E, y así sucesivamente. Determine la longitud total de todas las perpendiculares trazadas a partir del punto C.

- A) 3
- B) 4
- C) 5
- D) 6
- E) 7

Resolución 16

Triángulos rectángulos notables

Piden $K = CH + HF + FG + LG + \dots$



Por suma límite

$$* K = \frac{12}{5} + \frac{36}{25} + \frac{108}{125} \dots$$

$$K = \frac{\frac{12}{5}}{1 - \frac{3}{5}}$$

$$\therefore K = 6$$

Rpta.: 6

Pregunta 17

Indique la alternativa correcta después de determinar si las proposiciones son verdaderas (V) o falsas (F).

Dada la función $f(x) = 2^x - 2^{|x|}$, $x \in \mathbb{R}$.

- I. $f(x) \leq 0$, para todo x número real.
- II. Existe la inversa de f .
- III. f es estrictamente creciente.

- A) V V V
- B) V V F
- C) V F F
- D) F V V
- E) F F F

Resolución 17

Funciones

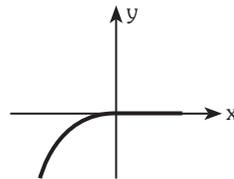
Función inversa

De la función: $f(x) = 2^x - 2^{|x|}$

Redefiniendo la función:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; x \geq 0 \\ 2^x - 2^{-x} & ; x < 0 \end{cases}$$

Graficando:



- I. Verdadero

De la gráfica se nota:

$$Rf = (-\infty; 0] \rightarrow f(x) \leq 0$$

- II. Falso

La función no es inyectiva; por lo tanto, no tiene inversa.

III. Falsa

La función es constante en $[0; +\infty[$; por lo tanto, no es estrictamente creciente.

Rpta.: VFF

Pregunta 18

Sea la función $f: [1, 3) \rightarrow \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x, & 1 \leq x < 2 \\ x, & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

Entonces $f(x)$ también se puede expresar como:

- A) $\lceil |x - 2| \rceil$
- B) $|x - 2| + x$
- C) $|x - 2| - |x|$
- D) $\lceil |x - 2| \rceil + x$
- E) $|x - 2| + \lceil x \rceil$

Resolución 18

Funciones

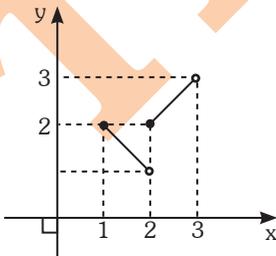
Operaciones con funciones

Se tiene la función:

$f: [1; 3[\rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 3 - x; & 1 \leq x < 2 \\ x; & 2 \leq x < 3 \end{cases}$$

Graficando:



Con lo cual:

$$f(x) = |x - 2| + \lceil x \rceil$$

Rpta.: $|x - 2| + \lceil x \rceil$

Pregunta 19

Se origina la siguiente sucesión de cuadrados:

Primer cuadrado de lado a . Segundo cuadrado de lado igual a la diagonal del primer cuadrado. Tercer cuadrado de lado igual a la diagonal del segundo cuadrado, y así sucesivamente. Determine la suma de las áreas de los k -ésimos primeros cuadrados.

- A) $a^2(k - 1)$
- B) $a^2(2^k - 1)$
- C) $a^2 2^k$
- D) $a^2(2^k + 1)$
- E) $a^2 k^2$

Resolución 19

Series

Progresión geométrica

Del enunciado

$$t_1 = a \quad \boxed{}$$

$$t_2 = a\sqrt{2} \quad \boxed{}$$

$$t_3 = 2 \cdot a \quad \boxed{}$$

\vdots

$$t_k \quad \boxed{}$$

Prohibida su venta

de la solución

$$a; a\sqrt{2}; 2a; \dots; \ell_k$$

$$\sqrt{2}^0 \cdot a; \sqrt{2}^1 \cdot a; \sqrt{2}^2 \cdot a; \dots; \ell_k = \sqrt{2}^{k-1} \cdot a$$

luego, la suma de áreas será

$$S = a^2 + 2 \cdot a^2 + 2^2 \cdot a^2 + \dots + 2^{k-1} \cdot a^2$$

$$S = a^2(1 + 2 + 2^2 + \dots + 2^{k-1})$$

$$\therefore S = a^2 \cdot (2^k - 1)$$

Rpta.: $a^2(2^k - 1)$

Pregunta 20

Indique la secuencia correcta después de determinar si la proposición es verdadera (V) o falsa (F).

Sean A y B conjuntos y \emptyset el conjunto vacío.

- I. Si $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset$, entonces $A = B$.
- II. Si $A \cap B^c = \emptyset$ y $B \cap A^c = \emptyset$, entonces $A \neq B$.
- III. Si $A^c \cap B^c = \emptyset$, entonces la unión de A con B es el conjunto universal.

- A) V V V
- B) V F F
- C) V V F
- D) V F V
- E) F F V

Resolución 20

Conjuntos

I. $(A \setminus B) \cup (B \setminus A) = \emptyset \rightarrow \frac{(A - B)}{\emptyset} \cup \frac{(B - A)}{\emptyset} = \emptyset$

$$A - B = \emptyset \rightarrow A \subset B \wedge B - A = \emptyset \rightarrow B \subset A$$

$$\therefore \boxed{A = B} \quad (V)$$

II. Si $A \cap B^c = \emptyset$ y $B \cap A^c = \emptyset$

$$A - B = \emptyset \text{ y } B - A = \emptyset \rightarrow A \subset B \wedge B \subset A$$

$$\therefore \boxed{A = B}$$

Pero dice $A \neq B$ (F)

III. Si $A^c \cap B^c = \emptyset \rightarrow (A^c \cap B^c)^c = \emptyset^c$

$$\therefore \boxed{A \cup B = U} \quad (V)$$

Rpta.: VVF

Pregunta 21

En un triángulo rectángulo ABC recto en B, $AC = 2AB$. Si $AC = 6$ cm, calcule la longitud (en cm) de IM, donde M es el punto medio de AC e I es el incentro del triángulo ABC.

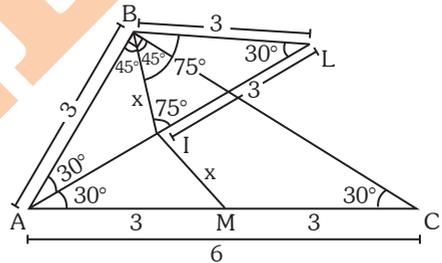
- A) $3\sqrt{3 - \sqrt{3}}$
- B) $3\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
- C) $3\sqrt{3 + \sqrt{3}}$
- D) $3\sqrt{2 + \sqrt{3}}$
- E) $3\sqrt{3}$

Resolución 21

Polígonos regulares

Dodecágono regular

Piden IM.



I: incentro del ΔABC

* $\Delta BAI \cong \Delta MAI$ (LAL)

$$\rightarrow BI = IM = x$$

ΔBLI : triángulo elemental del dodecágono regular

$$\rightarrow BI = \ell_{12}$$

$$x = 3\sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

Rpta.: $3\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

Pregunta 22

En un cono truncado está inscrita una esfera, cuyo volumen es igual a $\frac{6}{13}$ del volumen del cono truncado.

Determine la medida del ángulo formado por la generatriz del cono y su base interior.

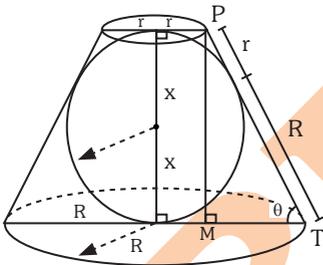
- A) 15°
- B) 30°
- C) 45°
- D) 60°
- E) 75°

Resolución 22

Cono

Tronco de cono

Piden θ



* Condición:

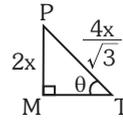
$$V_{\text{esfera}} = \frac{6}{13} V_{\text{tronco cono}}$$

$$\frac{4}{3} \pi x^3 = \frac{6}{13} \left(\frac{\pi (2x)}{3} (r^2 + R^2 + Rr) \right)$$

$$r^2 + R^2 = \frac{10}{3} x^2$$

$$\left. \begin{array}{l} r^2 + R^2 = \frac{10}{3} x^2 \\ \text{* Propiedad: } Rr = x^2 \end{array} \right\} R+r = \frac{4x}{\sqrt{3}}$$

*En el gráfico:

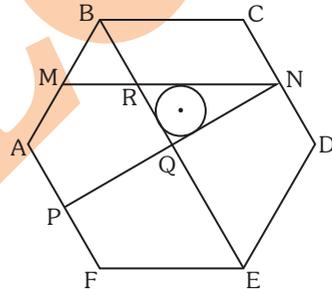


$$\therefore \theta = 60^\circ$$

Rpta.: 60°

Pregunta 23

En la figura, ABCDEF es un exágono regular; M, N y P son puntos medios de \overline{AB} , \overline{CD} y \overline{AF} , respectivamente; calcule el radio (en cm) de la circunferencia inscrita en el triángulo QNR si $AF = (\sqrt{3} + 1)$ cm.



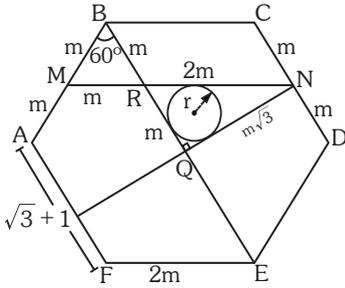
- A) $\frac{1}{3}$
- B) $\frac{1}{2}$
- C) $\frac{3}{5}$
- D) $\frac{2}{3}$
- E) $\frac{3}{4}$

Resolución 23

Polígonos regulares

Hexágono regular

Piden: r



* T. Poncelet:

$$m + m\sqrt{3} = 2m + 2r$$

$$\frac{m(\sqrt{3} - 1)}{2} = r \dots\dots\dots (1)$$

$$* 2m = \sqrt{3} + 1$$

$$m = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

Reemplazando en (1)

$$\therefore r = \frac{1}{2}$$

Rpta.: $\frac{1}{2}$

Pregunta 24

Se tiene un hexaedro regular ABCD-EFGH; se ubican los centros M, N y T de las caras AEFB, EFGH y GCDH, respectivamente. J es punto medio de GC.

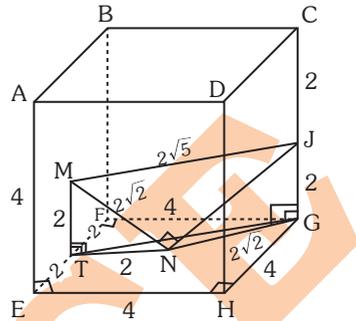
Sabiendo que EF=4 cm, calcule el área de la región MNJ (en cm²).

- A) $2\sqrt{2}$
- B) $2\sqrt{3}$
- C) $2\sqrt{6}$
- D) $4\sqrt{2}$
- E) $4\sqrt{3}$

Resolución 24

Poliedros regulares

Hexaedro regular



Piden área $\triangle MNJ$

* Del gráfico:

$$\rightarrow TG = MJ$$

$$\rightarrow TG^2 = 2^2 + 4^2$$

$$TG = 2\sqrt{5}$$

$$* MN^2 + NJ^2 = MJ^2$$

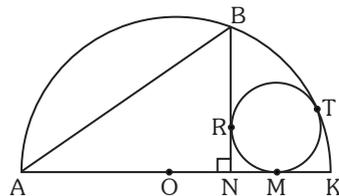
$$* \text{Área } \triangle MNJ = \frac{2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{6}$$

Rpta.: $2\sqrt{6}$

Pregunta 25

En la figura se muestra una semicircunferencia de centro O y una circunferencia en donde T, R y M son puntos de tangencia.

Sabiendo que AN=32 cm, NK=18 cm, calcule el área de la región triangular ABR (en cm²).



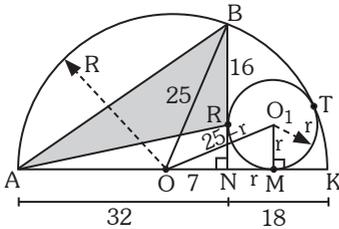
- A) 250
- B) 252
- C) 254
- D) 256
- E) 258

Resolución 25

Área de regiones poligonales

Área de regiones triangulares

Piden $A_{\triangle ABR} = ?$



*Del gráfico:

$R=25$

$ON=7$

$NR=r$

* $\triangle OMO_1$

$(25-r)^2 = r^2 + (7+r)^2$

$r=8$

$BN=24, BR=16$

* $A_{\triangle ABR} = \frac{16 \times 32}{2}$

$A_{\triangle ABR} = 256$

Rpta.: 256

Pregunta 26

En una pirámide de vértice V y arista lateral \overline{VA} , se trazan 2 planos paralelos a la base de la pirámide que intersecan a \overline{VA} en M y N

$(M \in \overline{VN})$.

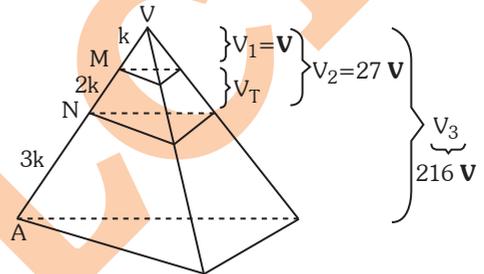
Calcule el volumen (en u^3) del tronco de pirámide determinado por los planos en la pirámide si el volumen de la pirámide es $216u^3$

y $\frac{VM}{1} = \frac{MN}{2} = \frac{NA}{3}$.

- A) 24
- B) 25
- C) 26
- D) 27
- E) 28

Resolución 26

Pirámide



Piden V_T :

* $\frac{V_1}{K^3} = \frac{V_2}{(3K)^3} = \frac{V_3}{(6K)^3}$

$\frac{V_1}{1} = \frac{V_2}{27} = \frac{V_3}{216}$

* $216 V = 216$

$V=1$

* $V_T = 26 V$

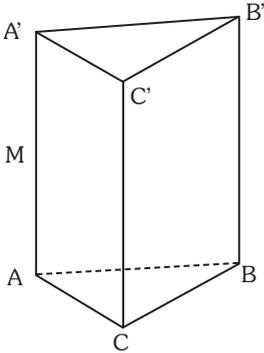
$\therefore V_T = 26$

Rpta.: 26

Prohibida su venta

Pregunta 27

En la figura se muestra un prisma recto triangular $ABC - A'B'C'$, donde $AM=MA=BC=12$ cm y el área de la región triangular CMB es 120 cm². Determine el volumen del prisma (en cm³).



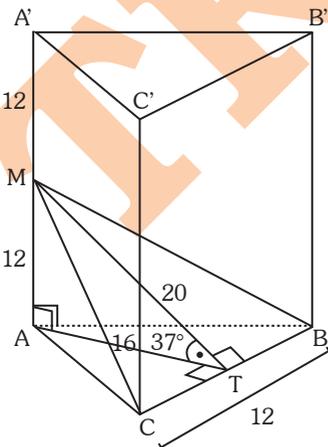
- A) 2300
- B) 2302
- C) 2304
- D) 2306
- E) 2308

Resolución 27

Poliedros

Prisma

Piden: Volumen $ABC - A' B' C'$



* Área $\triangle CMB = 120$

$$\frac{MT \cdot 12}{2} = 120 \rightarrow MT = 20$$

* $\triangle MAT$: Notable (37° y 53°)
 $\rightarrow AT = 16$

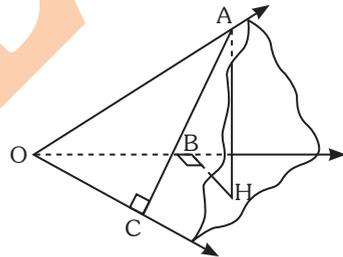
* Volumen $ABC - A' B' C' = \frac{16 \cdot 12}{2} \cdot 24$
 $= 2304$

Rpta.: 2304

Pregunta 28

Las medidas de las caras del ángulo triedro

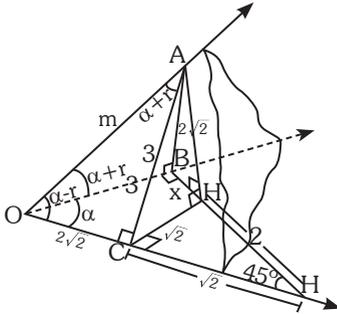
$O - ABC$ están en progresión aritmética, y el término intermedio es la cara BOC . Si H es la proyección de A sobre la cara BOC y además $AB = OC = 2\sqrt{2}$ cm, y $AC=3$ cm, calcule BH (en cm).



- A) 1
- B) $\sqrt{2}$
- C) $\sqrt{3}$
- D) 2
- E) $\sqrt{5}$

Resolución 28

Ángulo triedro



Piden: x

- $\triangle ABO \cong \triangle OCA$ (L.L.A)
 - $\rightarrow m\angle OAC = \alpha + r$, $OB = 3$
 - $\rightarrow \alpha = 45^\circ$
 - $\triangle OBN$ (NOT 45° y 45°)
- $x + 2 = 3$
 $\therefore x = 1$

Rpta.: 1

Pregunta 29

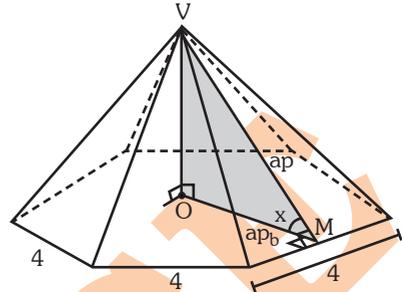
Calcule la medida del ángulo diedro formado por una cara lateral y la base de una pirámide de base hexagonal regular cuyo lado mide 4 cm y, de área lateral, 48 cm^2 .

- A) 30°
- B) 45°
- C) $22^\circ 30'$
- D) 15°
- E) 37°

Resolución 29

Pirámide

Pirámide regular



Piden: y

- * $A_{LAT} = 48$
- $\frac{4 \times 6}{2} ap = 48 \rightarrow ap = 4$
- * $ap_b = \frac{4}{2} \sqrt{3} \rightarrow ap_b = 2\sqrt{3}$
- * $\triangle VOM$: (NOT 30° y 60°)
- $\therefore x = 30^\circ$

Rpta.: 30°

Pregunta 30

Un cono se llama equilátero si la generatriz mide igual que el diámetro en la base.

Calcule el volumen (en cm^3) de un cono equilátero si la longitud del radio de la esfera inscrita es $\sqrt{3}$ cm.

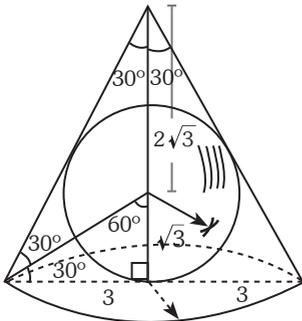
- A) $4\sqrt{3} \pi$
- B) $6\sqrt{3} \pi$
- C) $7\sqrt{3} \pi$
- D) $8\sqrt{3} \pi$
- E) $9\sqrt{3} \pi$

Prohibida su venta

Resolución 30

Sólidos de revolución

Esfera



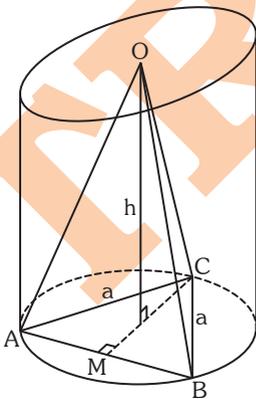
Piden: V_{cono}

$$\text{Volumen} = \frac{\pi(3)^2 \cdot 3\sqrt{3}}{3} = 9\sqrt{3}\pi$$

Rpta.: $9\sqrt{3}\pi$

Pregunta 31

Si el volumen de una pirámide regular es $5\sqrt{3}\text{ cm}^3$, donde ABC es equilátero, entonces el volumen del tronco de cilindro es (en cm^3)



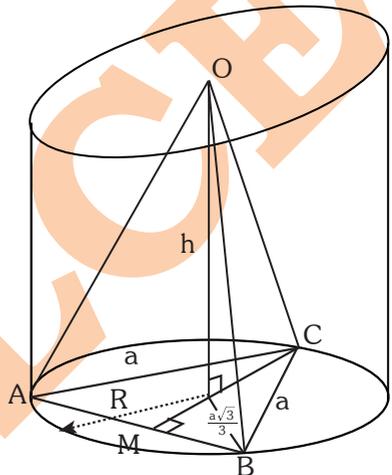
Prohibida su venta

- A) 12π .
- B) 14π .
- C) 16π .
- D) 18π .
- E) 20π .

Resolución 31

Cilindro

Tronco de cilindro



Piden

$$V_{\text{tronco de cilindro}} = ?$$

$$* V_P = \frac{1}{3} \left(\frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \right) (h) = 5\sqrt{3}$$

$$a^2 h = 60 \dots\dots\dots (1)$$

$$* V_{TC} = \pi \left(\frac{a\sqrt{3}}{3} \right)^2 h = \frac{\pi}{3} (a^2 h) \dots (2)$$

(1) en (2)

$$V_{TC} = \frac{\pi}{3} (60) \Rightarrow V_{TC} = 20\pi$$

Rpta.: 20π

Pregunta 32

Dadas las siguientes proposiciones:

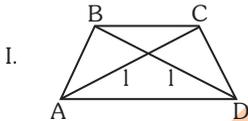
- I. Dados tres puntos no colineales es posible escoger un cuarto punto de modo que el cuadrilátero formado tenga sus diagonales de la misma longitud.
- II. Es posible construir un cuadrilátero cuyos lados sean 1, 2, 4 y 10 unidades.
- III. Si las diagonales de un cuadrilátero son iguales, entonces el cuadrilátero es un trapecio isósceles.

Son correctas:

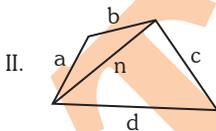
- A) Solo I
- B) I y II
- C) I y III
- D) II y III
- E) Solo III

Resolución 32

Cuadrilátero

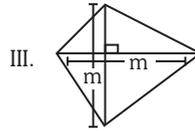


- I.
- Es posible encontrar un punto D, tal que el trapecio ABCD sea un trapecio isósceles. (V)



- $$\frac{d < n + c}{d < a + b + c}$$
 (F)

En el problema: $10 < 1 + 2 + 4$



- III. (F)
- Puede ser un trapecioide. (F)

Rpta.: Solo I

Pregunta 33

Calcule el mayor valor de $x < 360^\circ$, correspondiente al máximo valor de:

$V = \text{sen}(4x) + \text{cos}(4x)$.

- A) $324^\circ 45'$
- B) $358^\circ 45'$
- C) $258^\circ 45'$
- D) $281^\circ 15'$
- E) $326^\circ 15'$

Resolución 33

Ecuaciones trigonométricas

I.T. para la suma o resta

$$V = \text{sen}4x + \text{cos}4x; \quad V = \sqrt{2} \underbrace{\text{sen}(4x + 45^\circ)}_{\text{Máx} = 1}$$

$\text{sen}(4x + 45^\circ) = 1 \rightarrow 4x + 45^\circ = 90^\circ + 360^\circ k \quad (k \in \mathbb{Z})$

$\therefore x = \frac{45^\circ}{4} + 90^\circ k$

Como $x < 360^\circ$ y se quiere el mayor, entonces $k=3$.

Por lo tanto, $x = 281^\circ 15'$

Rpta.: $281^\circ 15'$

Prohibida su venta

Pregunta 34

Calcule el menor valor que toma la función definida por:

$$f(x) = \frac{\text{sen}(3x) + 2 \cdot \text{sen}(2x)}{\text{sen}(x)}$$

- A) -2
B) -1
C) 0
D) $\frac{1}{4}$
E) 1

Resolución 34**Funciones trigonométricas****I.T. de ángulo múltiple**

$$f(x) = \frac{\text{sen}3x + 2\text{sen}2x}{\text{sen}x}$$

$$\rightarrow \text{sen}x \neq 0 \rightarrow x \neq k\pi$$

$$\rightarrow f(x) = \frac{\text{sen}x(2 \cos 2x + 1) + 4\text{sen}x \cdot \cos x}{\text{sen}x}$$

$$\rightarrow f(x) = 2 \cos 2x + 1 + 4 \cos x$$

$$\rightarrow f(x) = 4 \cos^2 x - 2 + 1 + 4 \cos x$$

Completando cuadrados:

$$\rightarrow f(x) = \underbrace{(2 \cos x + 1)^2}_{\min=0} - 2$$

$$\therefore f_{\min} = -2$$

Rpta.: -2**Pregunta 35**

Dada la ecuación trigonométrica

$$5 \cos(x) - 4 \text{sen}(x) = 4,$$

determine el valor positivo de $\text{sen}(x_1)$, donde x_1 es una solución de la ecuación planteada.

- A) $\frac{9}{41}$
B) $\frac{16}{41}$
C) $\frac{25}{41}$
D) $\frac{32}{41}$
E) 1

Resolución 35**Identidades trigonométricas****Identidades trigonométricas**

$$5 \cos(x) - 4 \text{sen}(x) = 4$$

$$5 \cos(x) = 4(1 + \text{sen}(x))$$

$$25 \cos^2(x) = 16(1 + \text{sen}(x))^2$$

$$25(1 - \text{sen}(x))(1 + \text{sen}(x)) = 16(1 + \text{sen}(x))(1 + \text{sen}(x))$$

$$1 + \text{sen}(x) = 0 \vee 25(1 - \text{sen}(x)) = 16(1 + \text{sen}(x))$$

$$\text{sen}(x) = -1 \vee \text{sen}(x) = \frac{9}{41}$$

$$\therefore \text{sen}(x_1) = \frac{9}{41}$$

Rpta.: $\frac{9}{41}$ **Pregunta 36**

Simplifique la expresión:

$$H = \frac{\arcsen\left(\frac{2a}{1+a^2}\right) + 2 \arccos\left(\frac{1-a^2}{1+a^2}\right)}{\arctan[\arccot(\tan(2a)) - \arccot(\tan(3a))]}$$

considerando $\arccot(\tan(a)) \neq 0$.

- A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

Resolución 36

Funciones trigonométricas inversas II
Funciones trigonométricas inversas II

Sea $a = \operatorname{tg}\theta$

Reemp. en el numerador:

$$H = \frac{\arcsen\left[\frac{2\operatorname{tg}\theta}{1+\operatorname{tg}^2\theta}\right] + 2\arccos\left[\frac{1-\operatorname{tg}^2\theta}{1+\operatorname{tg}^2\theta}\right]}{\operatorname{arctg}\left[\operatorname{arctg}\left[\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-2a\right)\right] - \operatorname{arctg}\left[\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{2}-3a\right)\right]\right]}$$

$$H = \frac{\arcsen[\operatorname{sen}2\theta] + 2\arccos[\cos 2\theta]}{\operatorname{arctg}\left[\frac{\pi}{2}-2a-\frac{\pi}{2}+3a\right]}$$

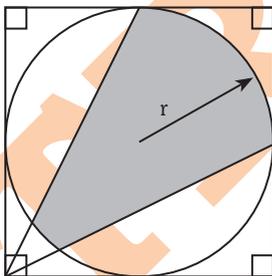
$$H = \frac{2\theta + 2[2\theta]}{\operatorname{arctg}(a)}$$

$$H = \frac{6\theta}{\theta}$$

$\therefore H = 6$

Pregunta 37

En la figura mostrada, “r” mide 3 cm. Determine el valor aproximado del área sombreada en cm^2 .

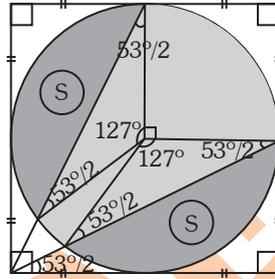


- A) 15,52
- B) 16,35
- C) 17,40
- D) 18,53
- E) 19,23

Rpta.: 6

Resolución 37

Sector circular
Ángulos notables



Del gráfico, determinamos el área “S”.

$$S = \frac{1}{2} 127^\circ \frac{\pi \text{rad}}{180^\circ} \cdot 3^2 - \frac{(3)(3)}{2} \operatorname{sen} 127^\circ$$

$$S = 12,749$$

Luego determinamos el área pedida.

$$A_{\text{pedida}} = \pi(3)^2 - 2S$$

$$\therefore A_{\text{pedida}} = 15,52$$

Rpta.: 15,52

Pregunta 38

Determine la ecuación polar de la parábola

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}.$$

- A) $r = \frac{1}{1 + 2\operatorname{sen}\theta}$
- B) $r = \frac{1}{1 + \operatorname{sen}\theta}$
- C) $r = \frac{1}{2 - \operatorname{sen}\theta}$
- D) $r = \frac{-1}{1 + \operatorname{sen}\theta}$
- E) $r = \frac{-1}{1 - \operatorname{sen}\theta}$

Resolución 38

Coordenadas polares

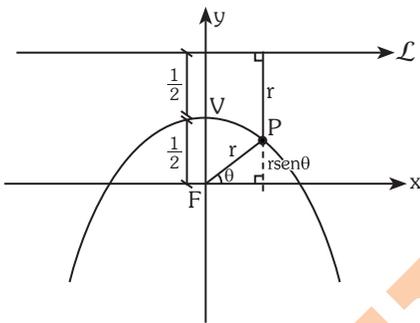
Secciones cónicas

Dato: $x^2 = -2\left(y - \frac{1}{2}\right)$

Parábola:

$V\left(0; \frac{1}{2}\right) \quad p = \frac{1}{2}$

Graficando:



Definición:

$d(P; F) = d(P; \mathcal{L})$

$r = 1 - r \text{sen}\theta$

$r(1 + \text{sen}\theta) = 1$

$\therefore r = \frac{1}{1 + \text{sen}\theta}$

Rpta.: $r = \frac{1}{1 + \text{sen}\theta}$

Pregunta 39

Sean S, C y R las medidas en grados sexagesimales, centesimales y radianes de un mismo ángulo, respectivamente.

Se cumple que $\left(\frac{S}{3} - \frac{C}{5}\right)^2 - \frac{20R}{\pi} > 0$.

Calcule el menor valor posible (en radianes) para dicho ángulo positivo, sabiendo que S y C son números enteros.

- A) $\frac{\pi}{10}$
- B) $\frac{\pi}{11}$
- C) $\frac{\pi}{13}$
- D) $\frac{\pi}{15}$
- E) $\frac{\pi}{20}$

Resolución 39

Sistema de medición angular

Fórmula de conversión

$\left(\frac{S}{3} - \frac{C}{5}\right)^2 - \frac{20R}{\pi} > 0$

$\rightarrow \left(\frac{9K}{3} - \frac{10K}{5}\right)^2 - \frac{20}{\pi} \left(\frac{\pi K}{20}\right) > 0$

$\rightarrow K^2 - K > 0$; factorizando: $K(K - 1) > 0$

$\rightarrow K > 1 \rightarrow K_{\text{min}} = 2$ (+)

$\rightarrow R = \frac{\pi}{20}(2) \quad \therefore R = \frac{\pi}{10}$

Rpta.: $\frac{\pi}{10}$

Pregunta 40

Calcule el mayor valor entero de k si θ pertenece al cuarto cuadrante y se cumple:

$$\begin{cases} 4\text{sen}^2(\theta) - 4[\cos(\theta) + 1]\text{sen}(\theta) - [\text{sen}(\theta)] \leq 0, \\ \text{sen}(\theta) = \frac{2k-3}{2}. \end{cases}$$

- A) -1
- B) 0
- C) 1
- D) 2
- E) 4

Resolución 40**Circunferencia trigonométrica****Variaciones**

$$\theta \in \text{IVC} \rightarrow \cos\theta \in (0; 1) \quad \therefore \lfloor \cos\theta \rfloor = 0$$

$$\text{sen}\theta \in (-1; 0) \quad \therefore \lfloor \text{sen}\theta \rfloor = -1$$

Primera condición:

$$4\text{sen}^2\theta - 4\{\lfloor \cos\theta \rfloor + 1\}\text{sen}\theta - \lfloor \text{sen}\theta \rfloor \leq 0$$

$$4\text{sen}^2\theta - 4\text{sen}\theta + 1 \leq 0; (2\text{sen}\theta - 1)^2 \leq 0; \text{sen}\theta = \frac{1}{2}$$

Contradice la condición inicial ($\theta \in \text{IVC}$).

Segunda condición:

$$\text{sen}\theta = \frac{2k-3}{2}; 1 < \text{sen}\theta < 0 \rightarrow -1 < \frac{2k-3}{2} < 0$$

$$\therefore k \in \left\langle \frac{1}{2}; \frac{3}{2} \right\rangle$$

Considerando únicamente la segunda condición: mayor entero de k es 1.

Rpta.: 1

Academias TRILCE

¿POR QUÉ ESTUDIAR EN LA ACADEMIA TRILCE ?

37

Más de 37 años de experiencia.



Exigencia y disciplina.



Un tutor por aula.



Libros totalmente gratis.



Maratones dominicales de Ciencias.



Becas mensuales para nuestros alumnos*.



La mejor plana docente.



Orientación vocacional y psicopedagógica.



Grupos de estudio por las tardes [gratuitos].



Asesorías, simulacros tipo examen de admisión y seminarios dominicales gratuitos.

RESULTADOS
COMPROBADOS

Academias TRILCE



Joel Villavicencio

1^{er}
*
PUESTO

UNI
2017-I
Ingeniería Civil



Valeria Zumarán

1^{er}
*
PUESTO

SAN
MARCOS
2016-II
Primeros Puestos



Guillermo Robilliard

1^{er}
*
PUESTO

CATÓLICA
2017-I
Letras

Academias TRILCE

Preparación exclusiva

UNI

CICLOS

- Anual: febrero - diciembre
- Semestral I: febrero - agosto
- Semestral II: agosto - diciembre
- Repaso: enero - febrero
- Verano: enero - febrero

Próximo inicio: 14 de agosto